

∞ Brevet des collèges Madrid juin 1955 ∞
Enseignement long et enseignement court

ALGÈBRE

1. Placer sur un axe $x'x$ un point O et placer les points A et B tels que $\overline{OA} = 5$, $\overline{OB} = -3$.
Placer en outre, sur cet axe, un point quelconque C, puis calculer en fonction de $\overline{OC} = x$, les mesures algébriques \overline{BC} et \overline{CA} .
Calculer en outre \overline{AB} .
(Dans la construction de la figure on prendra le cm pour unité de longueur.)
2. Calculer, en fonction de x , la somme

$$\overline{OA} \times \overline{BC} + \overline{OB} \times \overline{CA} + \overline{OC} \times \overline{AB}.$$

- Déduire du résultat que cette somme est indépendante de la position du point C sur l'axe $x'x$.
3. On pose $\overline{BC} = y$ et $\overline{CA} = z$.
Représenter, avec le même système d'axes, les variations des fonctions y et z quand le point C décrit en entier l'axe $x'x$.
Déterminer, à l'aide du graphique obtenu, l'abscisse du point C sur l'axe $x'x$ quand $\overline{BC} = \overline{CA}$.
Vérification du résultat par le calcul.

GÉOMÉTRIE

Soit ABC un triangle rectangle en A.
On mène la hauteur [AH] et l'on trace le cercle \mathcal{C} de centre A et de rayon AH.
Des points B et C on mène les tangentes à ce cercle \mathcal{C} .
Soient D et E les points de contact respectifs.

1. Montrer que les points A, D, E, sont alignés; en déduire que (BD) et (CE) sont parallèles.
2. Démontrer la relation

$$BD \times CE = \frac{DE^2}{4}.$$

3. (HD) coupe (AB) en M et (HE) coupe (AC) en N.
Montrer que (MN) et (AH) sont égales et se coupent en leur milieu.
4. On donne $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm.
Calculer AM et AN.
5. Déduire des résultats du 4. l'aire du triangle DHE.