

## 🌀 Brevet Madagascar juin 1957 🌀

### ALGÈBRE

1. Trouver une fraction dont le dénominateur ne contient pas de racine carrée et qui est égale à la fraction

$$\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}.$$

2. Résoudre le système de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ x - y = 15. \end{cases}$$

3.  $x$  et  $y$  étant solution du système, calculer

$$V = \frac{5x}{3} - \frac{2y}{3}.$$

### GÉOMÉTRIE

On considère une droite ( $D$ ) et un point  $A$  non situé sur cette droite.

Soit  $B$  le pied de la perpendiculaire menée de  $A$  sur la droite ( $D$ ).

$M$  étant un point quelconque de la droite ( $D$ ), on construit le point  $C$  symétrique de  $B$  par rapport à la droite ( $AM$ ).

On rappelle que le point  $C$  s'obtient de la façon suivante :  $P$  étant le pied de la perpendiculaire menée de  $B$  sur ( $AM$ ), on prolonge  $[BP]$  d'une longueur  $PC$  égale à  $BP$ .

1.
  - a. Nature du triangle  $ABC$ ?
  - b. Démontrer que le quadrilatère  $ABMC$  est inscrit dans un cercle.
  - c. Soit  $H$  l'orthocentre du triangle  $MBC$ ; démontrer que le quadrilatère  $ABHC$  est un losange.
2. On suppose maintenant  $A$  et la droite ( $D$ ) fixes et le point  $M$  se déplaçant sur la droite ( $D$ ).
  - a. À l'aide de 1. a. dire sur quelle ligne fixe se déplace le point  $C$ .
  - b. À l'aide de 1. b. dire sur quelle ligne fixe se déplace le centre  $O$  du cercle circonscrit au triangle  $MBC$ .
  - c. À l'aide de 1. c. dire sur quelle ligne fixe se déplace l'orthocentre  $H$  du triangle  $MBC$ .

**N.B.** - On appelle orthocentre d'un triangle le point de concours des hauteurs de ce triangle.