

🌀 Brevet Madagascar juin 1967 🌀

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

On donne les expressions

$$\begin{aligned} A(x) &= (2x+1)(x-1) + (2x+1)(x-2) \text{ et} \\ B(x) &= (3-x) + 6x - 2x^2. \end{aligned}$$

1. Factoriser ces expressions et simplifier la fraction $\frac{A(x)}{B(x)}$; on appellera $E(x)$ la fraction simplifiée ainsi obtenue.
2. Calculer $E(x)$ pour $x = \sqrt{5} - 1$ (le résultat ne devra comporter que des nombres rationnels au dénominateur).
3. Pour quelle valeur de x a-t-on $E(x) = 1$?
4. Construire le graphe des fonctions

$$y_1 = 2x - 3 \quad \text{et} \quad y_2 = -x + 3.$$

Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de ces courbes?

Comparer l'abscisse de ce point au résultat de la question 3.

Expliquer.

GÉOMÉTRIE

Soit, sur une même droite, et dans cet ordre, trois points A, B et C, tels que

$$AB = \frac{2}{3}AC.$$

On considère le cercle de diamètre [AB]. Une sécante issue de A coupe la perpendiculaire en C à (AC) en N et le cercle en M.

1. Montrer que le quadrilatère BMNC est inscritible dans un cercle, dont on précisera le centre, I.
2. En déduire la relation

$$\overline{AM} \cdot \overline{AN} = \overline{AB} \cdot \overline{AC}.$$

Calculer, en fonction de R , le produit $\overline{AM} \cdot \overline{AN}$ (R étant le rayon du cercle de diamètre [AB]).

3. Comparer les triangles ABN et AMC.
4. Dans le cas où l'angle $\widehat{CAN} = 30^\circ$, calculer en fonction de R les longueurs AM, AN et MB.