

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞
Madagascar octobre 1957

ALGÈBRE

1. Décomposer en produit de facteurs l'expression

$$x^3 - 2x^2 + x.$$

En déduire les valeurs de x pour lesquelles cette expression est nulle.

2. Simplifier l'expression

$$A = \frac{x-1}{x^2} - \frac{x+1}{x^3-x^2} + \frac{3}{x^3-2x^2+x}.$$

3. Calculer la valeur numérique de A :

- a. pour $x = 1$;
- b. pour $x = \frac{1}{4}$;
- c. pour $x = 1 - \sqrt{2}$.

GÉOMÉTRIE

On considère un angle droit \widehat{xOy} , une demi-droite Oz intérieure à cet angle et la demi-droite Ot symétrique de Oz par rapport à Ox .

$$\widehat{xOz} = \widehat{xOt}.$$

Par un point M de Oz , on trace deux droites : l'une, parallèle à Ot , qui coupe Ox en A et Oy en B , l'autre, quelconque, qui coupe respectivement en P , Q , N les demi-droites Ox , Oy et Oz .

- 1. Démontrer que $[OM]$ est médiane du triangle rectangle AOB .
- 2. En déduire, à l'aide de triangles semblables convenablement choisis, l'égalité des rapports

$$\frac{PM}{PN} \quad \text{et} \quad \frac{QM}{QN}$$

- 3. On suppose maintenant que $\widehat{xOM} = 30^\circ$ et (MN) perpendiculaire à Oz .
On posera $OM = a$.

- a. Montrer que le triangle NOQ est isocèle.
En déduire la valeur du rapport $\frac{PM}{PN}$.
- b. Vérifier le résultat obtenu en calculant PM et PN en fonction de a .