

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞
 Madagascar septembre 1955

ALGÈBRE

On considère la fraction rationnelle

$$y = \frac{90x}{(x+5)^2}.$$

1. Peut-on calculer y pour toute valeur de x ?
 Comparer le signe de y et celui de x .
 Calculer les valeurs numériques y_1 et y_2 prises par la fraction pour $x_1 = 5$ et $x_2 = 10$.
2. Ox et Oy étant deux axes rectangulaires, on construit les points S et A dont les coordonnées sont respectivement $(x_1; y_1)$ et $(x_2; y_2)$, en prenant le centimètre pour unité.
 La parallèle à Ox menée par A coupe OS en P , dont on demande de calculer l'abscisse.
3. Mettre sous forme du carré d'un binôme l'expression

$$(x+5)^2 - 20x.$$

4. Montrer que l'inégalité

$$20x \leq (x+5)^2$$

est vérifiée par toute valeur de x .

En déduire la valeur maximum de la fraction y .

GÉOMÉTRIE

Sur la diagonale $[BD]$ d'un carré $ABCD$ de 8 cm de côté, on prend un point M dont les projections sur les côtés $[AB]$ et $[AD]$ sont désignées par P et R .

1. Quelle est la nature des triangles DRM et MPB ?
 Comparer les triangles DRC et APD .
 On désigne par H le point d'intersection des droites (DP) et (CR) .
 Démontrer que ces deux droites sont perpendiculaires.
2. On fixe le point M de manière que $MD = 3MB$.
 Calculer la longueur du segment $[RD]$, le sinus de l'angle \widehat{DRC} , la longueur des segments $[HD]$ et $[HC]$.
 Trouver le lieu géométrique du point I milieu de $[PR]$, lorsque M décrit le segment de droite $[BD]$.