

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

**Madrid juin 1958**

**ALGÈBRE**

Soit l'expression algébrique

$$E = (x^2 - 9)^2 - (x + 3)^2.$$

1. Développer et ordonner  $E$  suivant les puissances décroissantes de  $x$ .
2. Présenter  $E$  sous forme d'un produit de facteurs du premier degré en  $x$ , puis résoudre l'équation  $E = 0$ , où  $x$  est l'inconnue.
3. Calculer  $E$ , puis  $\frac{1}{E}$  pour  $x = -\sqrt{5}$  (exprimer les résultats sans nombre irrationnel au dénominateur).

**N. .B.** - Les trois questions sont indépendantes l'une de l'autre.

**GÉOMÉTRIE**

On donne un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$  et deux diamètres perpendiculaires  $[AB]$  et  $[CD]$ .

On prend un point  $M$  variable sur le quadrant  $\widehat{AC}$  et l'on mène la corde  $[MP]$  perpendiculaire à  $(CD)$  et la corde  $[MQ]$  perpendiculaire à  $(AB)$ .

1. Démontrer que les trois points  $Q, O, P$  sont alignés.
2. Démontrer que,  $M$  se déplaçant sur l'arc  $\widehat{AC}$ , la somme  $\overline{MP}^2 + \overline{MQ}^2$  reste constante.
3. Prouver que les bissectrices intérieures des angles  $\widehat{P}$  et  $\widehat{Q}$  du triangle  $MPQ$  passent chacune par un point fixe et forment un angle constant.

En déduire la courbe sur laquelle se déplace le centre du cercle inscrit au triangle  $MPQ$  lorsque  $M$  décrit l'arc  $\widehat{AC}$ .