

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

Madrid septembre 1956

ALGÈBRE

On donne l'expression

$$y = (2x - 3)^2 - (3x + 2)(x - 5) - (x - 1)^2.$$

1. Développer le deuxième membre de cette expression.
2. Résoudre l'équation obtenue en donnant à y la valeur 3.
3. Représenter graphiquement la variation de y en fonction de x .
On obtient une droite (D).
4. Quelle est l'abscisse du point de (D) qui a pour ordonnée 3?
5. Résoudre l'équation obtenue en donnant à y la valeur

$$y = -x + 8.$$

GÉOMÉTRIE

On donne un triangle équilatéral ABC.

Un angle $\widehat{XOY} = 60^\circ$ tourne autour de son sommet O, milieu de [BC], de telle sorte que (OX) coupe (AB) en M et (OY) coupe (AC) en N.

1. Montrer que les triangles OBM et OCN sont semblables.
2. Établir la relation

$$OB^2 = BM \times CN.$$

3. Montrer que le triangle OMN est semblable aux triangles OBM et OCN.
En déduire le rôle des droites (OM) et (ON) pour les angles \widehat{BMN} et \widehat{MNC} .
4. Montrer que la hauteur du triangle OMN a une longueur constante et que (MN) reste tangente à un cercle fixe.
5. Calculer le rayon de ce cercle, sachant que [BC] mesure 12 cm.