Brevet des collèges Maroc juin 1961

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

I

Décomposer en produits de facteurs les deux expressions
$x^2+y^2+2xy-18a^2+12ab-2b^2$,
$ab\left(x^2+y^2\right)+xy\left(a^2+b^2\right)$.

II

Résoudre l'équation

$$x^3+x^2-9x-9=0.$$

III

Résoudre, le plus simplement possible, le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 2x+\ \ y+\ \ z &=& 1,\\ x+2y+\ \ z &=& 3,\\ x+\ \ y+2z &=& 8.\end{array}\right.$$

IV

Le nombre m étant un paramètre (c'est-à-dire un nombre anonyme considéré comme connu), l'équation $(2x-y)+m(x+y-3)=0$ représente une droite, lorsque le plan est rapporté à deux axes Ox et Oy.

1. Pour quelle valeur de m cette droite passe-t-elle par le point $(-1~;~1)$?
2. Pour quelle valeur de m cette droite est-elle parallèle à la droite d'équation $y=3x-457$?
3. Si m reste anonyme, l'équation représente une infinité de droites.
   Montrer que toutes ces droites passent par un même point fixe, que l'on déterminera.

GÉOMÉTRIE

I

On donne un cercle de centre O, un point A sur ce cercle, la tangente en A, un point O$'$ fixe sur cette tangente.
On construit le cercle de centre O$'$ qui passe par A et coupe le premier cercle en un deuxième point, B.

1. Que peut-on dire de la tangente en A au cercle (O$'$) ?

2. La tangente en A à (O) coupe le cercle (O′) en M′ ; la tangente en A à (O′) coupe le cercle (O) en M.
   Montrer que les points M, B, M′ sont alignés.
   Montrer que l'on a

$$BA^2 = BM \times BM'.$$

II

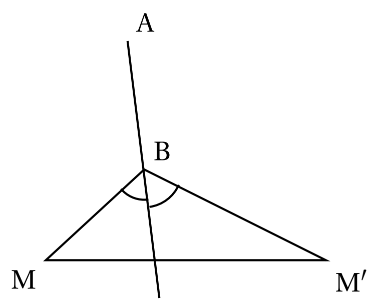
On donne deux cercles qui se coupent en A et B. La tangente en A à l'un d'eux coupe l'autre en M ; la tangente en A au second coupe le premier en M′.

1. Comparer les triangles AMB et AM′B.
2. Trouver une relation entre les longueurs AB, BM et BM′.
3. Que peut-on dire de la droite (AB) pour l'angle $\widehat{MBM'}$?
4. Le problème est-il différent, au fond, du problème I ?

III

On donne un triangle BMM′. Sur la demi-droite opposée à la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{B}$ on prend un point A tel que

$$BA^2 = BM \times BM'.$$



1. Trouver une propriété simple des cercles conscrits aux triangles AMB et AM′B.
2. Quelle est la relation entre les problèmes II et III ?