∽ Brevet Maroc juin 1976 ∾

Algèbre

1. Soit A l'application dans $\mathbb{R}$ définie par

$$A(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}.$$

a. Factoriser $A(x)$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = 0$.

2. Soit B l'application dans $\mathbb{R}$ définie par

$$B(x) = ax^2 + bx + 1.$$

a. Calculer les réels a et b sachant que $B(1) = 0$ et $B(2) = 1$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{B(x)} = 2$.

3. Soit h la fonction dans $\mathbb{R}$ définie par

$$h(x) = \frac{A(x)}{x+1} - \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}.$$

a. Déterminer l'ensemble de définition, $\mathcal{D}$, de cette fonction.

b. Montrer que pour tout x élément de $\mathcal{D}$,, on a

$$h(x) = \frac{3 - 2x}{x - 2}.$$

a. Calculer $h\left(\sqrt{3}\right)$; on écrira ce réel sous forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $h(x) = -\dfrac{5}{3}$.

4. Dans un plan, muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, construire la représentation graphique de l'application f dans $\mathbb{R}$, définie par :

$$\begin{array}{lclll} f(x) & = & 3 - 2x & \text{pour} & x \leqslant 1, \\ f(x) & = & 1 & \text{pour} & 1 \leqslant x \leqslant 3, \\ f(x) & = & x - 2 & \text{pour} & x \geqslant 3. \end{array}$$

Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on considère les points A, B et C définis par

$$\text{A}(1\,;\,3), \quad \text{B}(2\,;\,-1) \quad \text{et} \quad \text{C}(6\,;\,0).$$

1. **a.** Calculer les distances AB, BC et AC.

b. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.

2. **a.** Calculer les coordonnées du point K tel que

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OK}.$$

   b. Démontrer que K est le cent re du cercle ($\mathscr{C}$) passant par les points A, B et C.

3. Soit D le symétrique de B par rapport au point K.

   a. Calculer les coordonnées du point D.

   b. Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un carré.

4. La tangente en A au cercle ($\mathscr{C}$) coupe l'axe des abscisses en E.
   Calculer l'abscisse du point E.