Brevet Maroc juin 1977

Algèbre

Soit f, g et h les applications polynômes dans $\mathbb{R}$ définies par :

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 4(x-3)^2-(x+1)^2 \\ g(x) & = & 4x^2-9-(x-3)(2x+3)-14x-21 \\ h(x) & = & 4x^2+6x+\dfrac{9}{4} \end{array}$$

1. Écrire $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
   a. $f(x)=-26x+50$.
   b. $2f(x)=5g(x)$.
3. Soit q la fonction dans $\mathbb{R}$ définie par : $q(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$.
   a. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de la fonction q.
   b. Simplifier $q(x)$.
   c. Calculer $q\left(-3+\sqrt{2}\right)$.
   On écrira ce réel sous la forme la plus simple possible.
4. **a.** Représenter graphiquement dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la fonction k dans $\mathbb{R}$ définie par : $k(x)=\sqrt{h(x)}$.
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $k(x)=\dfrac{3}{2}$.
   (On pourra utiliser la représentation graphique de k).

Géométrie

Dans un plan euclidien de repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, soit les points

$$\text{A}(1\,;\,-1),\quad \text{B}(0\,;\,-3)\quad \text{et}\quad \text{C}(-3\,;\,1)$$

1. Calculer les distances AB , AC et BC.
   En déduire que le triangle ABC est rectangle.
2. Soit D le point défini par : $5\overrightarrow{\text{AD}}+4\overrightarrow{\text{DB}}=\vec{0}$.
   a. Démontrer que $\overrightarrow{\text{AD}}=-4\overrightarrow{\text{AB}}$.
   b. Calculer le couple de coordonnées du point D.
3. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle passant par les trois points A, B et C .
   a. Déterminer les coordonnées du centre K de ce cercle et calculer son rayon r.
   b. Démontrer que la droite (CD) est tangente au cercle $(\mathcal{C})$.
4. Calculer le sinus, le cosinus et la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{ACB}}$.
5. Soit M le point de coordonnées $(x\,;\,0)$
   a. Calculer le couple de composantes du vecteur $\overrightarrow{\text{KM}}$.
   b. En déduire les coordonnées des points M_1 et M_2 où le cercle $(\mathcal{C})$ coupe l'axe des abscisses.