

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞
Maroc octobre 1957

ALGÈBRE

On donne l'expression

$$Z = (8 - 2x)(2 - x) + 4 - x^2.$$

1. Mettre Z sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.
Quel nombre faut-il ajouter à Z pour que ce polynôme soit le développement du carré d'une expression du premier degré en x ?
2. Décomposer Z en un produit de deux facteurs du premier degré.
En déduire les valeurs de x pour lesquelles Z est nul.
3. Calculer la valeur numérique de Z pour $x = 1 - \sqrt{2}$ (faire le calcul à 0,01 par défaut).
4. On pose $y = \frac{2Z}{x - 10}$.
Simplifier l'expression obtenue, représenter graphiquement la fonction y et déterminer les coordonnées des points d'intersection avec les bissectrices des axes.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle rectangle isocèle ABC ($\widehat{A} = 90^\circ$).

On prend un point M sur l'hypoténuse $[BC]$ et l'on construit un cercle passant par M , tangent en B à (AB) , et un cercle passant par M tangent en C à (AC) .

Ces deux cercles se recoupent en un point N .

1. Indiquer la construction de ces deux cercles.
2. Quand le point M décrit le segment $[BC]$, sur quelles lignes se déplacent les centres de ces cercles?
3. Évaluer les angles \widehat{BNM} et \widehat{CNM} ; en déduire que le quadrilatère $ABNC$ est inscriptible dans un cercle, dont on précisera le centre.
4. Évaluer l'angle \widehat{BNA} .
Démontrer que la droite (NM) passe par le point A et que le produit $AM \cdot AN$ est constant.
5. Montrer que la somme des rayons des deux cercles est égale à une longueur constante.