

## ∞ Brevet Metz–Nancy juin 1977 ∞

### Algèbre

1. Développer  $(\sqrt{3} + 1)^2$  et  $(\sqrt{3} - 1)^2$ .

2. En déduire une expression simple de :

$$A = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \quad \text{et de} \quad B = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}.$$

3. Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2.$$

Montrer que  $f(\sqrt{3}) = \frac{A}{B}$ .

4. Soit  $g$  la fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :

$$g(x) = \frac{1}{3}(x+1)[(x+1)^2 - 4x - 4].$$

Factoriser  $g(x)$ .

5. Soit  $F$  la fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :

$$F(x) = \frac{g(x)}{f(x)}.$$

Dans le plan rapporté à un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  construire la courbe représentative de la fonction  $F$ .

### Géométrie

Soit dans le plan euclidien  $P$  un cercle  $(\mathcal{C})$  de centre  $O$ , de rayon 1.

Le segment  $[AB]$  est un diamètre de ce cercle et  $H$  est un point du cercle tel que  $d(H, A) = d(H, B)$ .

1. Que peut-on dire du triangle  $(H, A, B)$ ? Calculer  $d(H, A)$ .

2. Démontrer que  $(O, \vec{OB}, \vec{OH})$  est un repère orthonormé du plan  $P$ .

Quelles sont les coordonnées de  $A$  dans ce repère?

3. Soit  $E$  le point de coordonnées  $(-2; -1)$  dans ce repère.

Quelles sont les coordonnées de  $\vec{AH}$  et  $\vec{AE}$ ?

Que peut-on dire des points  $A, H, E$  et du point  $A$ ?

4. Soit  $F$  la projection orthogonale de  $E$  sur la droite  $(OH)$ .

Démontrer que  $F$  est sur le cercle  $(\mathcal{C})$ .

Que peut-on dire de la droite  $(EF)$  pour le cercle?

5. Soit  $\alpha$  l'écart angulaire de l'angle  $\widehat{HEF}$ .

Calculer  $\sin \alpha$ . En déduire  $\cos \alpha$  et  $\alpha$ .

6. Trouver l'équation de la droite perpendiculaire en  $E$  à la droite  $(HE)$ .

En déduire les coordonnées du point  $S$  d'intersection de cette droite avec la droite  $(HO)$ .

Que peut-on dire du triangle  $(H, E, S)$ ?

**N. B. :**  $d(H, A)$ , distance du point  $H$  au point  $A$ , peut aussi être notée  $HA$ .