

∞ Brevet des collèges Mexico juin 1973 ∞

Algèbre

On donne l'application de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par

$$f : x \longmapsto f(x) = (x-4)^2 - (x-4)(3x-5) + (8-2x)(x+1).$$

1. Développer, réduire et ordonner le polynôme $f(x)$.
2. Ecrire $f(x)$ sous forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.
3. Calculer les nombres $f(4)$ et $f\left(-\frac{4}{3}\right)$.

Résoudre dans \mathbf{R} l'équation

$$f(x) = 0.$$

4. a. Quel est l'ensemble de définition, E , de la fonction rationnelle, F , de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par

$$F(x) = \frac{16x^2 + 8x + 1}{(4-x)(4x+1)}.$$

- b. Simplifier $F(x)$ dans E et noter la fraction simplifiée $F'(x)$.
- c. Pour quelles valeurs de x les deux termes de $F'(x)$ ont-ils positifs en même temps?

Géométrie

On considère un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Placer les points A, B et C tels que

$$\overrightarrow{OA} = -2\vec{i} - \vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 2\vec{j} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OC} = -5\vec{i} + 4\vec{j}.$$

2. Calculer les coordonnées de B' , C' et A' qui sont respectivement les milieux des bi-points (A, C), (A, B) et (B, C).
3. Calculer $d(A, B)$, $d(A, C)$ et $d(B, C)$ et montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.
4. Montrer que A' est la projection orthogonale de A sur la droite (BC).