

∞ Brevet des collèges Mexico juin 1974 ∞

ALGÈBRE

Soit les fonctions polynômes f et g , applications de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définies par .

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-2)^2 - (2x+3)^2 \text{ et} \\g(x) &= 2(9x^2-1) + (3x+1)^2 - 6x^2 - 2x.\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$, puis $g(x)$.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Résoudre successivement dans \mathbb{N} , dans \mathbb{D} (ensemble des décimaux relatifs), puis dans \mathbf{R} , l'équation $f(x) = g(x)$.
4. Soit h la fonction rationnelle qui associe à x

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

h est-elle une application de \mathbf{R} dans \mathbf{R} ?

Quel e son domaine de définition, \mathcal{D} ?

Démontrer que $h(x)$ est égal à

$$h'(x) = \frac{-x-5}{7x-1}.$$

pour tout élément x de \mathcal{D} .

5. Résoudre dans \mathcal{D} l'équation $h(x) = 0$.
6. Calculer $h(\sqrt{3})$.

GÉOMÉTRIE

Le plan euclidien est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne les points A, B, C et E de coordonnées respectives

$$A(-2; 5), \quad B(0; -3), \quad C(-5; 0) \quad \text{et} \quad E\left(\frac{7}{2}; 0\right)$$

1. Calculer les composantes et les normes des vecteurs \overrightarrow{CA} et \overrightarrow{CB} .
Montrer que le triangle ACB est rectangle en C.
2. Calculer les coordonnées du milieu, I, de (A, B).
3. On construit le point D, image de C par la symétrie de centre I.
Calculer les composantes de \overrightarrow{CD} et les coordonnées de D.
4. Construire le plus simplement possible le cercle circonscrit au triangle (A, B, C).
Expliquer soigneusement votre construction.
Préciser le centre du cercle et calculer son rayon.
5. Démontrer que ce cercle passe par le point D.
Démontrer que (DE) est tangente à ce cercle.