

~ Brevet Montpellier juin 1979 ~

ALGÈBRE

Exercice 1

Soit les deux fonctions polynômes f et g

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} & g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto (x-1)^2 - (x-2)(x-3) + 5, & x &\mapsto (x-10)(x+9) - (2x-20) - x^2 + 100. \end{aligned}$$

1. **a.** Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
- b.** Écrire $g(x)$ sous forme d'un produit de facteurs.
[On doit obtenir $f(x) = 3x$ et $g(x) = 3(10 - x)$.]
2. Soit $k(x)$ la valeur de la fonction rationnelle définie par

$$k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a.** Donner l'ensemble de définition de k .
- b.** Trouver $k_1(x)$ l'expression simplifiée de $k(x)$.
- c.** Résoudre les équations suivantes :

$$k_1(x) = 1, \quad k_1(x) = 3.$$

- d.** Calculer $k_1\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

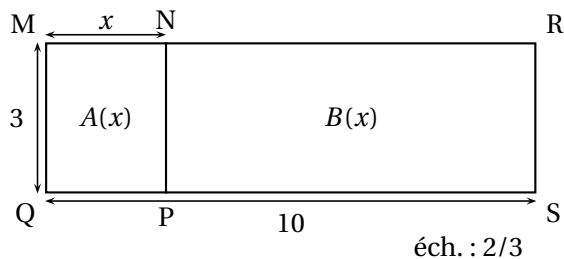
On rendra le dénominateur rationnel et on en donnera une valeur approchée en prenant pour $\sqrt{5}$ la valeur approchée 2,2.

3. Une figure géométrique est constituée par la juxtaposition de deux rectangles MNPQ et NRSP (voir figure) tels que

$$MN = x, \quad MQ = 3, \quad MR = 10$$

(l'unité est le centimètre).

On appelle $A(x)$ l'aire de MNPQ et $B(x)$ l'aire de NRSP.



- a.** Calculer $A(x)$, $B(x)$ et $\frac{A(x)}{B(x)}$ et les comparer à $f(x)$, $g(x)$ et $k(x)$.
- b.** Déterminer x pour que

$$A(x) = B(x) \quad \text{puis} \quad \frac{A(x)}{B(x)} = 3.$$

Dessiner les figures correspondantes.

c. Calculer $\frac{A(x)}{B(x)}$ pour $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Dessiner la figure correspondante.

GÉOMÉTRIE

L'unité de longueur est le centimètre.

La distance de deux points A et B est notée AB.

(Δ) et (Δ') sont deux droites perpendiculaires se coupant en I.

A et B appartiennent respectivement à (Δ) et à (Δ') et vérifient

$$IA = 1, \quad IB = 2.$$

On considère les points C et D définis par

$$\vec{IC} = -4\vec{IA}, \quad \vec{ID} = -4\vec{IB}.$$

1. Quelle est la nature des triangles (A, B, C) et (B, C, D) ?
2. Situer le point O, centre du cercle Γ , circonscrit au triangle (B, C, D).
3. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Démontrer qu'il existe un réel k tel que $\vec{CD} = k\vec{AB}$; le calculer.
4. E est le symétrique de C par rapport à O.
 - a. Quelle est la nature du quadrilatère (C, B, E, D) ?
En déduire que E est un point du cercle Γ .
 - b. Montrer que A, E et B sont alignés.