Brevet Montpellier juin 1983

Algèbre

On donne

$$\begin{aligned} A(x) &= -2x^3+8x\\ B(x) &= \left(x^2-x\right)(x-2)-2(-x+1)(x-2). \end{aligned}$$

1. **a.** Développer, réduire et ordonner $B(x)$.

   b. Calculer $A\left(\sqrt{5}\right)$.

   Donner le meilleur encadrement de $A\left(\sqrt{5}\right)$ possible sachant que $2,236$ est une valeur approchée de $\sqrt{5}$ à 10^{-3} près.

2. Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $A(x)=0$.
4. On donne la fonction F telle que

$$F(x)=\frac{-2x\left(x^2-4\right)}{(x-2)(x-1)(x+2)}$$

   a. Déterminer l'ensemble de définition de F.

   b. Simplifier $F(x)$.

   c. Calculer $F(0)$, $F\left(\sqrt{3}\right)$ (donner le résultat avec un dénominateur entier).

5. Représenter graphiquement l'application f définie, dans $\mathbb{R}$, par

$$f(x)=|2x|+|1-x|,$$

   dans le plan rapporté à un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$orthonormé.

Géométrie

Soit un plan $(\mathscr{P})$ muni d'un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
On considère les points A, B, C définis par

$$\overrightarrow{\text{OA}}=7\vec{\imath}+2\vec{\jmath},\quad \overrightarrow{\text{OB}}=5\vec{\imath}+7\vec{\jmath}\quad \text{et}\quad \overrightarrow{\text{OC}}=-\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$$

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D, tel que ABCD soit un parallélogramme.
2. Calculer les coordonnées du point E, tel que

$$\overrightarrow{\text{CB}}+\overrightarrow{\text{CD}}+\overrightarrow{\text{CE}}=\vec{0}.$$

   Démontrer que C est le milieu de [AE].

3. Soit F le symétrique de A par rapport à B.
   Calculer les coordonnées de F.
   Démontrer que (EF) est parallèle à (BC).
4. Trouver une équation de la droite (BD).
   Soit (Δ) la parallèle menée par C à (BD).
   Trouver une équation de la droite (Δ).
   Démontrer que F appartient à (Δ).
5. On désigne par A' et B' les milieux respectifs de [BC] et [AC].
   Calculer les coordonnées du point G, point d'intersection des droites (AA') et (BB').