

œ Brevet des collèges Montpellier juin 1965 œ

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

A. P. M. E. P.

ALGÈBRE

Soit les expressions algébriques suivantes :

$$A(x) = (3x - 2)^2 - (3x - 2)(5x - 3) \text{ et}$$

$$B(x) = (5x + 1)^2 - (2x + 3)^2.$$

1. Mettre $A(x)$ et $B(x)$ sous forme de produits de deux facteurs du premier degré.
2. Résoudre les équations $A(x) = 0$ et $B(x) = 0$.
3. Simplifier la fraction $F(x) = -\frac{A(x)}{B(x)}$ (on appellera $F'(x)$ la fraction obtenue après simplification).
Calculer la valeur numérique de $F'(x)$ pour chacune des valeurs de x trouvées au 2.
4. Tracer sur un même graphique les droites représentatives des fonctions

$$y = 7x + 4 \quad \text{et} \quad y = 2x - 1.$$

Calculer l'abscisse de leur point commun, A .

Montrer, sans calcul, que, pour cette valeur de x , $F(x)$ est égale à 1.

GÉOMÉTRIE

Sur un demi-cercle de diamètre $[BC]$ avec $BC = 2R$ on marque un point A et, de A , on abaisse la perpendiculaire $[AH]$ sur (BC) (H sur (BC)).

On mène, de B et C , les tangentes (BD) et (CE) au cercle de centre A et de rayon AH .

1. Montrer que les points D, A, E sont alignés.
Quelle est la nature du quadrilatère $BDEC$?
Montrer que le cercle de diamètre $[BC]$ est tangent en A à (DE) .
2. Montrer que les triangles DAB et ECA sont semblables et que

$$BD \times CE = AH^2.$$

3. Dans le cas où $\widehat{CBA} = 30^\circ$, calculer en fonction de R les longueurs des segments $[AB]$, $[AC]$, $[AH]$, $[HC]$, $[HB]$ et en déduire la longueur des côtés du quadrilatère $BDEC$ dans le cas où $R = 3$ cm.
4. R étant toujours égal à 3 cm, calculer la puissance, par rapport au cercle de centre A et de rayon AH , des points A, B, C et H .