A. P. M. E. P.

Brevet des collèges Montpellier juin 1972

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

On donne les expressions suivantes :

$$\begin{array}{rcl} A(x) & = & (2x+1)(x-1)+(2x+1)(x-2) \text{ et} \\ B(x) & = & (3-x)+6x-2x^2. \end{array}$$

1. **a.** Factoriser ces expressions.

   b. Quel est l'ensemble de définition de la fraction rationnelle $\dfrac{A(x)}{B(x)}$?

   Simplifier cette fraction rationnelle.

   On appellera $E(x)$ la fraction simplifiée ainsi obtenue.

   Quel est l'ensemble de définition de l'expression $E(x)$?

2. Calculer $E(x)$ pour $x = \sqrt{5}-1$ (le résultat ne devra comporter que des nombres rationnels au dénominateur).

3. Pour quelle valeur de x a-t-on $E(x) = 1$?

   Pour quelles valeurs de x a-t-on $A(x) = B(x)$?

   Comparer les résultats obtenus et expliquer.

4. Soit f_1 et f_2 les fonctions définies par

$$y_1 = f_1(x) = 2x-3 \qquad \text{et} \qquad y_2 = f_2(x) = -x+3.$$

   Construire les droites représentatives de ces fonctions, le plan étant rapporté à un repère, qui pourra être orthonormé.

5. Quelles sont les coordonnées du point commun à ces droites ?

   Comparer l'abscisse de ce point au premier résultat de la question 3. (valeur de x pour que $E(x) = 1$).

   Expliquer.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle (ABC) dont les côtés mesurent, en centimètres,AB = 6, AC = 8 et BC= 10.
Le cercle de diamètre [AC] et de centre O coupe (BC) en H.

1. Démontrer que la droite (BA) est tangente en A à ce cercle.
2. Calculer les longueurs des segments [AH] et [BH].

3. Par un point D de (AC), pris entre A et C, tel que CD = 2 cm, on mène la perpendiculaire à (AC) qui coupe (HC) en E et le prolongement de [AH] en F.
Comparer les triangles (EDC) et (ADF).
En déduire que l'on a

$$\text{DA} \cdot \text{DC} = \text{DE} \cdot \text{DF}.$$

4. Soit K et K′ les points de la droite (FD) tels que

$$\text{DK}^2 = \text{DK}'^2 = \text{DE} \cdot \text{DF}.$$

Calculer la mesure du segment [DK] et montrer que K et K′ sont sur le cercle de diamètre [AC].

5. Démontrer que les points H, D, C et F sont sur un même cercle.
Justifier les égalités suivantes :

$$\text{AD} \cdot \text{AC} = \text{AH} \cdot \text{AF} \quad \text{et} \quad \text{EH} \cdot \text{EC} = \text{ED} \cdot \text{EF}.$$