Brevet des collèges Montpellier juin 1974

ALGÈBRE

On considère les deux applications f et g de **R** vers **R** déterminées par

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)^2,\\ g(x) &= 4(x-1)(2x-5). \end{aligned}$$

1. Montrer que f et g sont des fonctions polynômes de degré 2.

2. Soit $k(x) = f(x) - g(x)$.
Factoriser $k(x)$.
[On trouvera $k(x) = (x-1)(-7x+19)$.

3. Calculer $k(0)$, $k\left(\dfrac{19}{7}\right)$ et $k\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

Donner la valeur approchée par défaut à 10^{-1} près de $k\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

4. Simplifier la fonction rationnelle définie par

$$P(x) = \frac{k(x)}{14x^2 - 38x}.$$

5. Tracer, dans un plan muni du repère cartésien $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, les représentations graphiques des fonctions f_1 et f_2 de **R** vers **R** déterminées par

$$f_1(x) = 1 - x \quad \text{et} \quad f_2(x) = 2x.$$

6. Trouver graphiquement la solution de l'équation

$$P(x) = 1.$$

GÉOMÉTRIE

Soit $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ un repère orthonormé du plan.
On considère les points

$$\text{B}\left(0\,;\,\frac{5}{2}\right), \quad \text{C}(5\,;\,0) \quad \text{et} \quad \text{H}(1\,;\,2).$$

1. Calculer l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{BCO}}$.

2. Calculer BH, HC et BC.
Montrer que H appartient au segment [BC].

3. Démontrer que H est la projection orthogonale de O sur la droite (BC).

4. M et N sont les symétriques de H par rapport aux droites (OB) et (OC).
Démontrer que O est le milieu de [MN].

5. Calculer, en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ les vecteurs $\overrightarrow{\text{MB}}$, $\overrightarrow{\text{NC}}$ et $\overrightarrow{\text{OA}}$ (A étant le milieu du segment [BC]).
En déduire que les droites (MB), (OA) et (NC) sont perpendiculaires à la droite (MN).

6. Démontrer que le cercle de diamètre [BC] est tangent à la droite (MN).