∽ Brevet des collèges Montpellier juin 1975 ∾

Algèbre

f et g sont les deux applications de **R** vers **R** déterminées par :

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & x+1 \\ g(x) & = & 4x^2 \end{array}$$

1. Calculer $f(0)$, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$, $g(-1)$, $g\left(1+\sqrt{2}\right)$.

2. hh est l'application de **R** vers **R** déterminée par :

$$h(x) = (-x+1)^2 - 4x^2.$$

a. Réduire et ordonner $h(x)$.

b. Écrire $h(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré (on trouvera

$$h(x) = (3x+1)(x+1)).$$

c. Résoudre dans **R** l'équation $h(x) = 0$.

3. k est la fonction rationnelle de **R** vers **R** déterminée par :

$$k(x) = \frac{h(x)}{2x-2)(3x+1)}.$$

a. Quel est l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de k ?

b. Simplifier $k(x)$.

c. Résoudre dans $\mathcal{D}$ l'équation $k(x) = 1$.

4. Dans un plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ tracer les représentations graphiques des applications ℓ et m de **R** vers **R** déterminées par

$$\left\{\begin{array}{lcl} \ell(x) & = & x+1 \text{ et} \\ m(x) & = & |2x-2| \end{array}\right.$$

Calculer les coordonnées de leurs points communs.

Géométrie

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points A, B, C tels que :

$$\overrightarrow{\text{OA}} = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}, \qquad \overrightarrow{\text{OB}} = -\vec{\imath} + \vec{\jmath}, \qquad \overrightarrow{\text{OC}} = 5\vec{\imath} - \vec{\jmath}.$$

1. Placer les trois points A, B, C.
2. Quelles sont les coordonnées (ou composantes) des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$.
   Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.
3. Ecrire une équation de la droite D contenant C et parallèle à la droite (AB).
4. Montrer que le symétrique A$'$ du point A dans la symétrie de centre M(2 ; 0) est un élément de la droite d'équation $y = x - 6$.
5. Démontrer que (A, C, A$'$, B) est un rectangle.
6. Soit a l'écart angulaire en degrés de l'angle géométrique $\widehat{\text{ABC}}$.
   Calculer la tangente de a.
   En déduire la valeur approchée par défaut de a à une unité près.