∽ Brevet Montpellier juin 1981 ∾

Algèbre

1. Jacques et Alain disposent respectivement de 6 F et 12 F.
   Jacques peut acheter deux stylos et un cahier.
   Alain peut acheter deux stylos et trois cahiers.
   Ils auront alors dépensé tout leur argent.
   Déterminer le prix d'achat d'un cahier et celui d'un stylo.
2. Représenter graphiquement, dans le plan rapporté à un repère $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ les applications g et h, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définies pour tout x réel par

$$g(x) = 2(3-x), \qquad h(x) = -3(x-6).$$

   Utiliser ce graphique pour retrouver la solution de la question 1.
3. Soit p l'application, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie pour tout x réel, par

$$p(x) = \left(36-24x+4x^2\right)-6(2x-6).$$

   a. Développer, réduire et ordonner $p(x)$.

   b. Factoriser $p(x)$.
4. u et v étant deux réels positifs, on appelle moyenne géométrique de u et v la racine carrée de leur produit $\sqrt{uv}$.

   a. Pour quelles valeurs de x pourra-t-on définir la moyenne géométrique des réels $h(x)$ et $g(x)$ (introduits à la question 2.) ?

   b. Exprimer, quand elle existe, cette moyenne géométrique en fonction de $p(x)$.
   En utilisant cette expression, en donner, pour $x = \sqrt{3}$, une valeur approchée à 10^{-1} près par défaut.
   (On rappelle l'encadrement $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.)

Géométrie

A et B sont deux points du plan euclidien tels que $d(\text{A, B}) = 6$ (où $d(\text{A, B})$ désigne la distance des points A et B).
Soit M le milieu du bipoint (A, B) et (Δ) la médiatrice du segment [A, B].

1. Construire, à la règle et au compas, un point C du plan tel que $d(\text{A, C}) = 5$ et $d(\text{M, C}) = 4$.
2. Démontrer que C appartient à (Δ).
   Donner une valeur approchée, à un degré près par défaut, de la mesure de l'angle $\widehat{\text{ACM}}$.
3. Soit D le symétrique du point C par rapport au point M.
   Démontrer que le quadrilatère (A, C, B, D) est un losange.

4. Soit E le point du plan défini par l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC}.$$

Démontrer que les bipoints (B, C) et (D, E) ont même milieu et que les droites (AB) et (BE) sont orthogonales.

5. Soit F le symétrique du point B par rapport à la droite (AC).

Démontrer que les quatre points A, B, E et F appartiennent à un même cercle.