Brevet des collèges Montpellier septembre 1972

ALGÈBRE

1. Résoudre le système de deux équations à deux inconnues

$$\left\{\begin{array}{rcl} x-2y+7 &=& 0,\\ 2x-y-1 &=& 0.\end{array}\right.$$

2. La première équation du système peul être représentée graphiquement par une droite (D_1) et la seconde par une droite (D_2).
   Construire (D_1) et (D_2) sur un même graphique, en expliquant ces constructions.
   Vérifier à l'aide du graphique le résultat obtenu à la première question.
3. Quelle est l'ordonnée du point, P, de la droite (D_1) qui a pour abscisse 2 ; celle du point, Q, de (D_1) qui a pour abscisse un nombre donné k ?
   Quelle est l'abscisse du point, R, de (D_2) qui a pour ordonnée $\dfrac{3}{2}$?
   Quelles sont les coordonnées milieu, I, de [PR] ?
   Toutes ces réponses devront être justifiées, le graphique ne pouvant servir que de vérification.
4. Trouver l'équation de la droite (D_3), parallèle à (D_1) et passant par le point A de coordonnées $\left(-\dfrac{3}{8}\ ;\ 2\right)$.
   Construire (D_3) sur le graphique déjà fait.
   Vérifier sur le graphique, et par le calcul, que (D_3) passe par I.

GÉOMÉTRIE

On considère dans un repère orthonormé $(x'\mathrm{O}x,\ y'\mathrm{O}y)$ les points suivants :
A de coordonnées (0 ; 6), B de coordonnées (−3 ; 0), D de coordonnées (8 ; 0).
Le cercle circonscrit au triangle (ABD) recoupe l'axe $y'y$ en C.

1. Montrer que $\overline{\mathrm{OA}}\cdot\overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}}\cdot\overline{\mathrm{OD}}$.
2. Calculer $\overline{\mathrm{OC}}$ et les mesures de [AB] et [CD].
3. Soit M le milieu de [CD]. La droite (MO) coupe (AB) en H.
   Démontrer que l'on a $\widehat{\mathrm{MOC}} = \widehat{\mathrm{MCO}}$ et $\widehat{\mathrm{ABD}} = \widehat{\mathrm{ACD}}$.
   Comparer les triangles (BOA) et (OHA).
   En déduire que (MH) est perpendiculaire à (AB).
4. Calculer les longueurs des segments [OH] et [MH].
5. Quelles sont les coordonnées du centre, P, du cercle circonscrit au quadrilatère (ABCD) ?