

œ Brevet des collèges Montpellier septembre 1973 œ

ALGÈBRE

On considère les fonctions polynômes f et g de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x(x-2) + 3x - 6, \\g(x) &= (3x+5)^2 - (x+2)^2.\end{aligned}$$

1. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de polynômes du premier degré.
2. Soit la fonction rationnelle h de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D} de la fonction rationnelle h . Pour tout élément x de \mathcal{D} , mettre $h(x)$ sous une forme plus simple.

3. Calculer $h(0)$, $h\left(-\frac{2}{3}\right)$ et $h(\sqrt{5})$.
4. Résoudre dans \mathbf{R} les équations suivantes :

$$h(x) = 0, \quad h(x) = 3 \quad \text{et} \quad h(x) = -\frac{1}{4}.$$

5. Résoudre dans \mathbf{R} l'inéquation suivante :

$$h(x) \geq 0.$$

GÉOMÉTRIE

Les points A, B, C et D du plan euclidien sont déterminés par leurs coordonnées dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) :

$$A(-4; 0), \quad B(3; 1), \quad C(6; 4) \quad \text{et} \quad D(-1; 3).$$

1. Démontrer que (A, B, C, D) est un parallélogramme.
Quelles sont les coordonnées de son centre de symétrie?
2. Démontrer que le triangle (O, B, D) est rectangle isocèle.
3. Calculer, en degrés, avec la précision permise par les tables trigonométriques, l'écart angulaire des deux demi-droites [OI) et [OB) (I tel que $\vec{OI} = \vec{i}$).
4. Placer le point E tel que le bipoint (O, E) soit un représentant du vecteur $\frac{4}{5}\vec{OB} + \frac{7}{5}\vec{OD}$.
Quelles sont les coordonnées du point E? Calculer $d(AE)$.
5. Démontrer que les points D, A et E sont alignés.