∾ Brevet des collèges Montpellier septembre1974 ∾

Algèbre

A et B sont les applications polynômes de $\mathbf{R}$ vers $\mathbf{R}$ déterminées par

$$\begin{array}{rcl} A(x) &=& (4x+3)(5x-1)+2\left(25x^2-10x+1\right) \text{ et}\\ B(x) &=& 4(4x-1)^2-9(2x+1)^2. \end{array}$$

1. Écrire $A(x)$ et $B(x)$ chacun sous forme de produits de facteurs du premier degré.

2. F est la fonction rationnelle de $\mathbf{R}$ vers $\mathbf{R}$ déterminée par

$$F(x)=\frac{A(x)}{B(x)}.$$

Donner l'ensemble de définition de F.

Simplifier $F(x)$. On appellera F' la fonction rationnelle de $\mathbf{R}$ vers $\mathbf{R}$ ainsi obtenue.

On trouvera $F'(x)=\dfrac{5x-1}{2x-5}$.

3. **a.** Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'équation $F'(x)=1$.

b. Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'inéquation $F'(x)\geqslant 0$.

c. Calculer $F'\left(2-\sqrt{3}\right)$.

4. Représenter graphiquement les fonctions f et g de $\mathbf{R}$ vers $\mathbf{R}$ déterminées par

$$f(x)=5x-1 \quad \text{et} \quad g(x)=2x-5.$$

QueUes sont les coordonnées du point d'intersection des droites représentatives ?

Comparer l'abscisse aux résultats de la question 3.

Expliquer.

5. Résoudre dans $\mathbf{R}\times\mathbf{R}$ le système

$$x-0,2y=0,2 \quad \text{et} \quad 0,8x-0,4y=2.$$

Pouvait-on prévoir le résultat obtenu ?

Préciser pourquoi

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$, on considère les points A et B de coordonnées respectives $(-1\ ;\ 4)$ et $(3\,;\,2)$.

1. Calculer $d(\text{A, B})$ et les coordonnées du milieu, I, du bipoint (A, B).

2. Déterminer l'abscisse c du point C de l'axe des abscisses tel que le triangle ABC soit rectangle en A (on trouvera $c=-3$).

Calculer l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{ACB}}$.

3. Construire géométriquement le point D tel que

$$\overrightarrow{\text{CD}} = \overrightarrow{\text{CA}} + \overrightarrow{\text{CB}}$$

et calculer les coordonnées du point D.

4. Soit la symétrie de centre A.
Quelles sont les coordonnées du point E image de D dans cette symétrie ?

5. Écrire chacun des vecteurs $\overrightarrow{\text{BA}}$, $\overrightarrow{\text{BC}}$ et $\overrightarrow{\text{BE}}$ sous. forme d'une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{\imath}$ et $\overrightarrow{\jmath}$.
Montrer par le calcul que

$$\overrightarrow{\text{BE}} = \overrightarrow{\text{BA}} + \overrightarrow{\text{BC}}$$

6. Soit M l'image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$.
Montrer que le point M appartient aux droites (EC) et (BD).