

∞ Brevet Montpellier septembre 1976 ∞

ALGÈBRE

- x et y désignent deux réels non nuls,
 - Déterminer le quotient $\frac{x}{y}$ sachant que $21x = 35y$.
 - Déterminer x et y sachant que, de plus, $x - y = 4$.
- Factoriser les polynômes p et q tels que

$$p(x) = x^2 - (x-8)^2 \quad \text{et} \quad q(x) = 4x^2 - 20x + 25.$$

- On considère les fonctions rationnelles A et B telles que

$$A(x) = \frac{x^2 - (x-8)^2}{16} \quad \text{et} \quad B(x) = \frac{x^2 - 1}{x+1} - \frac{4x^2 - 20x + 25}{5(2x-5)}.$$

Écrire les expressions simplifiées de $A(x)$ et de $B(x)$.

- Vérifier que $A(10) = B(10)$.
- Soit f et g les applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telles que

$$f(x) = \frac{3}{5}x \quad \text{et} \quad g(x) = x - 4.$$

- Dessiner les représentations graphiques (D) et (D') de ces applications dans un plan muni du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 - Déterminer graphiquement les coordonnées du point M intersection de (D) et (D') .
- Expliquer pourquoi les coordonnées du point M sont les solutions trouvées au 1. b.
 - Expliquer pourquoi les coordonnées du point confirment la vérification du 2. c.

GÉOMÉTRIE

(Les questions 1. et 2. sont indépendantes.)

Trois points A, B et C non alignés forment triangle (A, B, C).

Une droite (Δ) ne passant par aucun des trois sommets coupe la droite (BC) en M, la droite (CA) en N et la droite (AB) en P.

- On considère la projection de direction (Δ) sur la droite (BC). Le point A a pour image K dans cette projection.

Quelles sont les images de B et C?

Comparer les réels $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$ et $\frac{\overline{MK}}{\overline{MB}}$ et les réels $\frac{\overline{NC}}{\overline{NA}}$ et $\frac{\overline{MC}}{\overline{MK}}$.

En déduire que $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} \times \frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} \times \frac{\overline{NC}}{\overline{NA}} = 1$.

b)

2. Le plan est rapporté au repère orthonormé (B, \vec{i}, \vec{j}) .

Dans cette question, le point A est tel que $\overrightarrow{BA} = \vec{i} + \vec{j}$, le point C est tel que $\overrightarrow{BA} = 4 \vec{i}$;
A est le milieu du segment [BP] et M est le milieu du segment [BC].

a. Trouver l'abscisse du point M et celle du point P.

Quelle est la direction de la droite (PM)?

b. Calculer les quotients $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$, $\frac{\overline{MB}}{\overline{MC}}$ et $\frac{\overline{NC}}{\overline{NA}}$.

Vérifier que la relation $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} \times \frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} \times \frac{\overline{NC}}{\overline{NA}} = 1$ est satisfaite.

c. Calculer la distance CA.

Trouver la tangente et le cosinus de l'écart angulaire de l'angle \widehat{ACB} .

Quel est, un degré près par défaut, cet écart angulaire?