

∞ Brevet Montpellier septembre 1977 ∞

Algèbre

Soient f et g les deux applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telles que :

$$\begin{aligned}f(x) &= 4(x+5)(5x-2); \\g(x) &= 25x^2 - 4\end{aligned}$$

1.
 - a. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
 - b. Calculer $f(0)$; $f\left(\frac{2}{5}\right)$; $f(\sqrt{2})$.
2.
 - a. Écrire $g(x)$ sous forme d'un produit de facteurs.
 - b. Calculer $g(0)$; $g\left(\frac{2}{5}\right)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 0$.
Écrire l'ensemble S des solutions.
4. Soit h la fonction rationnelle définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = f(x) \cdot g(x)$
 - a. Déterminer D , ensemble de définition de h .
 - b. Simplifier $h(x)$.
 - c. Calculer $h(\sqrt{3})$. Rendre entier le dénominateur.
En utilisant l'encadrement à 10^{-3} près de $\sqrt{3}$ déduit de la table, déterminer l'encadrement de $h(\sqrt{3})$ à 10^{-2} près.
5. Résoudre dans \mathbb{R} :
$$\frac{4x+20}{5x+2} = 1 \quad \text{puis} \quad \frac{400x+2000}{500x+200} \leq 1.$$
6. Monsieur Durand souhaite utiliser une voiture quelques mois.
Il hésite entre un achat et une location.
L'achat s'effectuerait à crédit par un versement initial de 2 000 F et 24 paiements mensuels de 400 F.
La location consisterait en un versement initial de 200 F et des paiements mensuels de 500 F.
 - a. Soit $A(x)$ la somme versée pour l'achat à crédit au bout de x mois ($0 < x \leq 24$).
Soit $L(x)$ la somme versée pour la location au bout de x mois.
Exprimer $A(x)$ et $L(x)$ en fonction de x .
 - b. À partir de quel mois l'achat à crédit est-il plus avantageux pour M. Durand que la location?

Géométrie

Soient dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les points A, B, C, de coordonnées

$$A(8; 5), \quad B(2; -1), \quad C(10; -1).$$

1. Montrer que le point $I(6; 1)$ est le centre du cercle passant par A, B, C .
2. Trouver les coordonnées du point D , symétrique de A par rapport à I .
3. Montrer que la droite d'équation $y = -3x + 29$ est la droite (AC) .
4. $N(x; y)$ est un point quelconque de la perpendiculaire Δ à la droite (AC) passant par B .

Utiliser la condition d'orthogonalité des vecteurs \overrightarrow{BN} et \overrightarrow{AC} pour trouver une relation entre x et y (équation de la droite Δ).

5. Quelles sont les coordonnées du point d'intersection H des hauteurs du triangle ABC passant par A et B ?
6. Soit le point G tel que

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

Trouver les coordonnées de G .

7. Montrer que les points I, H, G sont alignés.