

∞ Brevet Montpellier septembre 1979 ∞

ALGÈBRE

A et B sont deux polynômes tels que

$$\begin{aligned}A(x) &= -2x^3 + 8x, \\B(x) &= (x^2 - x)(x - 2) - 2(-x + 1)(x - 2).\end{aligned}$$

- Développer $B(x)$.
 - Calculer $A(\sqrt{2})$; en donner la valeur approchée par défaut à 10^{-2} près.
- Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
- Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $A(x) = 0$.
- On donne la fonction rationnelle F telle que

$$F(x) = \frac{A(x)}{(x-2)(x-1)(x+2)}.$$

- Déterminer l'ensemble E des réels n'ayant pas d'image par F .
 - Simplifier $F(x)$.
 - Calculer $F\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $F(0)$.
5. Déterminer l'image de chacun des nombres x de l'ensemble $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ pour chacune des relations suivantes : 6

$$\begin{array}{ccc}f: \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} & g: \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\x & \mapsto & |2x| & x & \mapsto & |x-1|.\end{array}$$

- On présentera tous les résultats sur un tableau.
- En utilisant les résultats précédents, représenter les applications f et g sur du papier millimétrique, (On prendra 3 cm pour l'unité en abscisse.)
- En déduire graphiquement les solutions de l'équation

$$f(x) - g(x) = 0.$$

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points

$$A(2; 6), \quad B(-1; 7) \quad \text{et} \quad C(5; -5).$$

- Quelle est la nature du triangle (O, A, B) ?
- Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BA}$.
Quelle est la nature du triangle (A, O, D) ?

3. Γ est le cercle circonscrit au triangle (A, O, D) ; K est son centre.
Calculer les coordonnées de K et le rayon de Γ .
4. Démontrer que la droite (OC) est tangente au cercle Γ .
5. Le cercle Γ coupe l'axe des ordonnées (O, \vec{j}) en P et O .
Quelles sont les coordonnées de P ?
Le point M est l'autre point du cercle ayant même ordonnée que P .
Montrer que OM est un diamètre de Γ .
6. Démontrer que la droite (OA) est médiatrice de $[B, M]$.