Brevet Montpellier septembre 1998

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Calculer :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad B = \sqrt{200} - 4\sqrt{3} \times \sqrt{6}$$

(B doit être écrit sous forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible).

Exercice 2

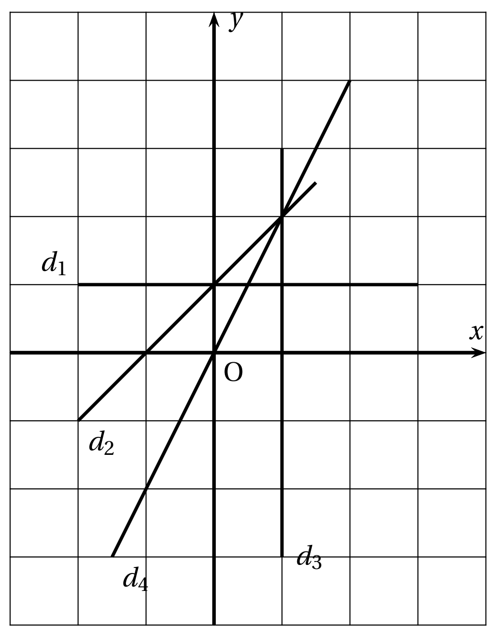
Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} 2x + y & = & 90 \\ 30x + 40y & = & 2\,000 \end{cases}$$

Exercice 3

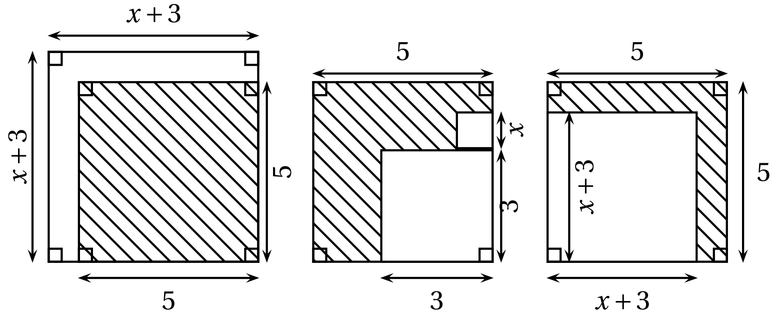
On donne :
$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 2, \quad h(x) = 2x$

1. Parmi les quatre droites tracées ci-contre, trois d'entre elles représentent les fonctions f, g et h.
   Laquelle représente f ?
   Laquelle représente g ?
   Laquelle représente h ?
2. Parmi ces fonctions l'une est linéaire, laquelle ?
   Lesquelles sont affines ?



Exercice 4

1. Laquelle de ces surfaces hachurées a pour aire : $25 - (x+3)^2$?

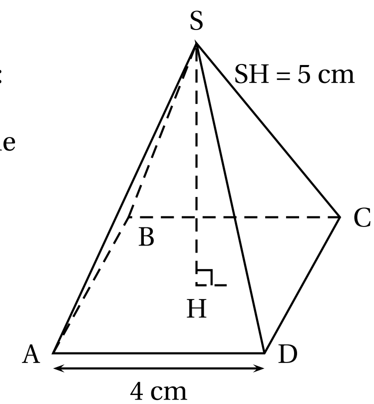


2. On pose $E = (25 - (x+3)2$.
   a. Développer et réduire E.
   b. Factoriser E.
   c. Calculer E pour $x = \sqrt{2}$, puis en donner la troncature à $0,01$ près.
   d. Résoudre l'équation : $(2-x)(x+8) = 0$.
   Expliquer, en utilisant la question a., pourquoi l'une des solutions de l'équation était prévisible.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

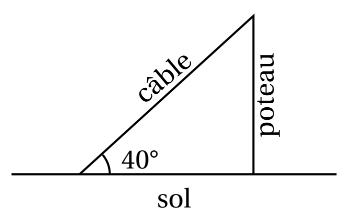
Une pyramide régulière est représentée ici en perspective :



1. Sur le solide SABCB : nommer les arêtes de même longueur que [SA].
   Quelle est la nature de la face ABCD ? Expliquer.
2. Calculer le volume de la pyramide SABCD.

Exercice 2

Un câble de 20 m de long est tendu entre le sommet d'un poteau vertical et le sol horizontal.
Il forme un angle de 40° avec le sol (voir schéma).



1. Calculer la hauteur du poteau.
2. Représenter la situation par une figure à l'échelle $1/200$ (le données de la situation doivent être placées sur la figure).

Exercice 3

(O, I, J) est un repère orthonormal du plan tel que : OI = 1 cm et OJ = 1 cm.

1. Tracer le repère et ses axes ainsi que les points :

   $$A(3\,;\,12),\qquad B(11\,;\,-6)\quad \text{et}\quad P(7\,;\,3)$$

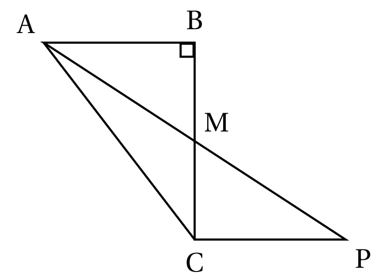
   Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à P.
2. Tracer la droite d d'équation : $y = x$.
   Démontrer que le point P n'est pas sur la droite d.

3. Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).
   Les droites d et (AB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.
   Les points A et B sont-ils symétriques par rapport à la droite d ? Justifier.

PROBLÈME

Préliminaire

1. D'après la figure ci-contre :
   Tracer ABCP en respectant les données suivantes :
   AB = 6 cm ; BC = 8 cm
   BM = 3 cm (CP)//(AB)



2. Mesurer les angles $\widehat{\text{BAM}}$ et $\widehat{\text{MAC}}$.
   Pourquoi ces mesures ne permettent-elles pas d'affirmer que (AM) est la bissectrice de $\widehat{\text{BAC}}$?

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre

Partie A

1. En considérant le triangle ABL :
   a. Calculer AC.
   b. Calculer $\widehat{\text{BAC}}$ et $\widehat{\text{SAM}}$ le plus précisément possible.
   Expliquer pourquoi les valeurs obtenues ne permettent pas d'affirmer que (AM)est la bissectrice de $\widehat{\text{BAC}}$.
2. En considérant les triangles ABM et MCP, calculer CP.
3. Quelle est la nature de ACP ? Que peut-on en déduire pour $\widehat{\text{MAC}}$ et $\widehat{\text{CPM}}$?
4. Démontrer alors que $\widehat{\text{MAC}} = \widehat{\text{BAM}}$ et donc que (AM) est bien la bissectrice de $\widehat{\text{BAC}}$.

Partie B

1. (AM) est, d'après la partie A la bissectrice de $\widehat{\text{BAC}}$.
   Sur la figure tracée à la première question du préliminaire :
   — tracer la bissectrice, d, de $\widehat{\text{ABM}}$.
   — nommer O le point d'intersection de la droite d et de la droite (AM).
   — tracer la hauteur issue de O du triangle AOB et la hauteur issue de O du triangle BOM.
   Ces hauteurs sont des rayons du cercle inscrit dans le triangle BAC.
   — tracer ce cercle.
2. **a.** Calculer l'aire du triangle ABM.
   b. Exprimer l'aire du triangle AOB et l'aire du triangle BOM en fonction du rayonr du cercle inscrit dans le triangle BAC.
   c. Trouver une relation entre ces trois aires.En déduire le rayon r.