

## ∞ Brevet Nancy–Metz juin 1978 ∞

### Algèbre

Soit  $f$  l'application de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ x &\longmapsto 3x - 1. \end{aligned}$$

1. Tableau de variation de  $f$  et représentation graphique dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
2. Soit  $g$  l'application de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$\begin{aligned} g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ x &\longmapsto x^2 - 9. \end{aligned}$$

Déterminer l'application composée  $g \circ f$  ( $g$  rond  $f$ ).

Donner  $g \circ f(x)$  sous forme d'un polynôme réduit et ordonné.

Calculer  $g \circ f\left(\frac{4}{3}\right)$ .

3. Donner la forme factorisée de  $g \circ f(x)$ .  
Montrer que

$$g \circ f(x) = (3x - 4)(3x + 2).$$

Employer la forme développée ou la forme factorisée de  $g \circ f(x)$  pour déterminer

- a. les antécédents par  $g \circ f$  s'ils existent, du réel 0,
  - b. les antécédents par  $g \circ f$  s'ils existent, du réel  $-9$ .
4. On considère les fonctions  $q$  et  $h$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définies par

$$q(x) = \frac{9x^2 + 12x + 4}{9x^2 - 6x - 8} \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{3x + 2}{3x - 4}$$

- a. Comparer  $q$  et  $h$ .
- b. Calculer  $q(\sqrt{2})$ .
- c. Calculer la valeur approchée par défaut à  $10^{-2}$  près de  $13 + 9\sqrt{2}$  sachant que  $1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$ .

### Géométrie

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan euclidien  $(P)$ , on donne les points

$$A(-3; 3) \quad \text{et} \quad B(5; 9).$$

1. Tracer le cercle  $(\mathcal{C})$  de diamètre  $[AB]$ .  
Calculer les coordonnées du centre  $I$  de ce cercle  $(\mathcal{C})$ .

2. Soit le point  $E(4; 2)$ ; montrer que ce point  $E$  appartient au cercle ( $\mathcal{C}$ ).  
On construit le point  $F$  symétrique du point  $E$  par rapport à la droite  $(AB)$ .  
Montrer que les points  $E, I$  et  $F$  sont alignés.  
En déduire que  $(A, E, B, F)$  est un carré.
3. Le point  $M$  est le milieu de  $[AE]$ .  
Calculer  $\tan \widehat{EBM}$  et à l'aide d'une table des valeurs trigonométriques déterminer au degré près l'écart angulaire de  $\widehat{EBM}$ .  
En déduire un encadrement au degré près de l'écart angulaire de  $\widehat{ABM}$ .