

## œ Brevet Nancy-Metz juin 1979 œ

### Algèbre

On considère les fonctions polynômes  $f$  et  $g$  définies, dans  $\mathbb{R}$  par

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x+5)(x+3) + (3x-1)(2x+5) - (2x+5)^2, \\g(x) &= 9x^2 - 6x + 1 - (x+2)^2.\end{aligned}$$

1. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous la forme de polynômes réduits et ordonnés suivant les puissances décroissantes de  $x$ .
2.
  - a. Factoriser le polynôme  $9x^2 - 6x + 1$ .
  - b. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous la forme de produits de polynômes du premier degré en  $x$ .
3. On considère la fonction rationnelle  $q$  définie par

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition,  $\mathcal{D}$ , de cette fonction rationnelle.
- b. Montrer que, pour tout élément  $x$  de  $\mathcal{D}$ , on peut écrire

$$q(x) = \frac{2x+5}{4x+1}$$

- c. Calculer  $q\left(-\frac{5}{2}\right)$  et  $q(\sqrt{2})$ .

On indiquera la valeur approchée par défaut à  $10^{-2}$  près de  $q(\sqrt{2})$ ; on donne  $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ .

4. Représenter, graphiquement, en utilisant un même repère orthonormé les fonctions  $h_1$  et  $h_2$  définies par

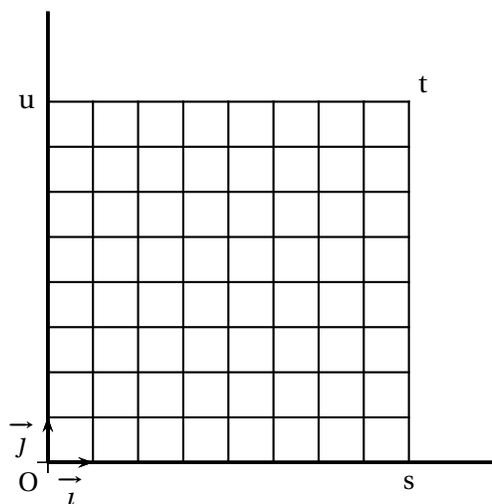
$$\begin{aligned}h_1(x) &= 2x+5, \\h_2(x) &= 4x+1.\end{aligned}$$

Utiliser le graphique pour résoudre l'équation

$$q(x) = 1.$$

### Géométrie

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère le quadrillage régulier du carré Ostu comme l'indique la figure ci-dessous :



1. a. Reproduire ce schéma en prenant le centimètre comme unité et représenter les points,

$$A_1(1; 0), \quad B_1(8; 1), \quad C_1(7; 8), \quad D_1(0; 7).$$

- b. Prouver que  $A_1B_1C_1D_1$  est un parallélogramme dont on déterminera les coordonnées du centre  $K$ .
- c. Comparer les distances  $A_1B_1$  et  $A_1D_1$ .
- d. Prouver que les vecteurs  $\overrightarrow{A_1B_1}$  et  $\overrightarrow{A_1D_1}$ , sont orthogonaux.

Quelle est la nature du quadruplet  $A_1B_1C_1D_1$  ?

2. Chercher une équation de la médiatrice de  $[A_1B_1]$ .

3. Soit  $n$  un entier naturel tel que  $0 < n < 8$ .

On considère les points

$$A_n(n; 0), \quad B_n(8; n), \quad C_n(8-n; 8), \quad D_n(0; 8-n)$$

- a. Indiquer sur le schéma les quadruplets  $A_2B_2C_2D_2$  et  $A_3B_3C_3D_3$ .
- b. Prouver que  $A_nB_nC_nD_n$  est un carré de centre  $K$ .