

🌀 Brevet Nancy-Metz juin 1982 🌀

Algèbre

Exercice 1

On considère les fonctions f et g définies, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par

$$\begin{aligned} f(x) &= (7x+2)^2 - (5x+1)^2 \\ g(x) &= 12x(1-2x) + 3(1-2x). \end{aligned}$$

1. Factoriser les expressions $f(x)$ et $g(x)$.
2. Résoudre, dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 0$.
3. Prouver que, pour tout nombre réel autre que $\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{4}$.

$$P(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{1+2x}{1-2x}$$

4. Calculer $P\left(\frac{1}{3}\right)$, $P\left(\frac{1}{18}\right)$.
5. Prouver que $\sqrt{P\left(\frac{1}{3}\right)} \times \sqrt{P\left(\frac{1}{18}\right)}$ est un nombre décimal.
6. Construire dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les représentations graphiques des fonctions affines définies de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par

$$u: x \mapsto -2x+1 \quad ; \quad v: x \mapsto 2x+1.$$

Trouver graphiquement et par le calcul la valeur réelle de x telle que $P(x) = 1$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par

$$f(x) = \sqrt{10\sqrt{x} - 25}.$$

Déterminer, si elles existent et à l'aide de table numériques, les images par f des nombres

$$x = 5,76; \quad x = 4225; \quad x = 625; \quad x = (-565)^2.$$

Géométrie

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On place les points

$$A(3; 4), \quad B(1; 6), \quad C(1; 0) \quad \text{et} \quad D(-1; 0).$$

1. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} sont orthogonaux.
2. Calculer les distances DA, AB et DB et préciser la nature du triangle (A, B, D).
3. Déterminer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle (D, A, B) et calculer le rayon R de ce cercle.
Montrer que C appartient à ce cercle.
4. Déterminer les coordonnées du point A' symétrique de A par rapport à I.
Donner alors la nature du quadrilatère (A, B, A' , D).
5. La droite (AI) coupe l'axe des abscisses en E.
Déterminer la mesure du segment [DE].