

∞ Brevet Nancy juin 1983 ∞

Algèbre

1. Simplifier l'écriture de

$$A = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54}.$$

2. $a = 4\sqrt{3} - 1$; $b = 5 - 2\sqrt{3}$.

Calculer $B = \frac{a}{b}$.

Écrire B sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.

3. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, déterminer un encadrement à 10^{-2} près de

$$C = -\frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

4. f et g sont deux fonctions numériques définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x - 4)(3x + 1) - (x - 2)^2 \\ g(x) &= 25x^2 - 16 - (5x + 4)(3x - 5). \end{aligned}$$

- a. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

- b. Soit $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

Déterminer l'ensemble de définition de h ; puis simplifier $h(x)$.

On appelle $h'(x)$ la forme simplifiée de $h(x)$.

- c. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations

$$h'(x) = 0 \quad \text{et} \quad h'(x) = 1.$$

- d. Représenter graphiquement, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les droites D et D' qui ont pour équations

$$x - y - 2 = 0 \quad \text{et} \quad 2x - y + 1 = 0.$$

Que constate-t-on? Justifier.

Géométrie

On donne, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les points

$$A(-2; -3), \quad B(-1; -3) \quad \text{et} \quad C(4; -2).$$

1. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

2. Calculer les distances AB et AC .

En déduire la nature précise du quadrilatère $ABDC$.

3. Calculer les coordonnées du milieu M de $[B, C]$.

Quel est le symétrique de A dans la symétrie de centre M ?

4. Soit $H(-4; -5)$.

Montrer que les points A , D et H sont alignés.

(On fera une figure soignée.)