

∞ Brevet des collèges Nancy juin 1951 ∞

ALGÈBRE

Deux amis habitent l'un la ville A, l'autre la ville B distantes de 150 km.

Ils se donnent rendez-vous en un point M de la route en ligne droite [AB], situé entre A et B et tel que $AM = x$, x étant mesuré en km.

Ils doivent s'y rendre en automobile.

La voiture du premier, qui habite A, consomme 8 l aux 100 km et celle du deuxième 12 l aux 100 km.

1. Exprimer en fonction de x les quantités y_1 et y_2 d'essence nécessaires pour se rendre en M pour chacun des deux automobilistes.
2. Étudier les variations des deux fonctions y_1 et y_2 et tracer le graphique qui les représente.
(Sur l'axe $x'x$ on représentera 1 cm pour 15 km et sur l'axe $y'y$, 2 l seront représentés par 1 cm.)
3. Comment doit-on choisir le point M, pour que les quantités d'essence nécessaires à chacun des deux amis soient égales?
Vérifier sur le graphique la solution trouvée par le calcul.

GÉOMÉTRIE

Les hauteurs [BB'] et [CC'] d'un triangle ABC se coupent en H.

La droite (B'C') coupe le cercle circonscrit (\mathcal{C}) en M et N et (AH) coupe (BC) en A'.

1. Que peut-on dire du quadrilatère BC'B'C et pourquoi?
2. Démontrer que les angles $\widehat{AC'B'}$ et \widehat{ACB} sont égaux.
3. Démontrer que (B'C') est parallèle à la tangente en A au cercle (\mathcal{C}).
4. En déduire que le triangle AMN est isocèle.
5. Comparer les triangles AMC' et ABM et démontrer que l'on a

$$\overline{AM}^2 = AC' \cdot AB = AH \cdot AA'.$$