

## œ Brevet Nancy juin 1964 œ

### ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

#### ALGÈBRE

Soient les expressions

$$A(x) = \frac{x}{x-2} - \frac{x-2}{x} + \frac{4(x-1)^2}{x(x-2)} \text{ et}$$
$$B(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x-1}$$

1. Pour quelles valeurs de  $x$  sont-elles définies?

Calculer  $A(x)$ , puis le produit  $C(x) = A(x) \cdot B(x)$  et donner la forme simplifiée,  $C'(x)$  de ce produit.

2. Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  $C'(x) = \frac{1}{x-2}$  ?

3.  $C'(x)$  est une fonction de  $x$ . Construire son graphe,  $(D_1)$ .

Soient les points  $M(1 ; -6)$  et  $N(-1 ; -2)$ .

Tracer sur le même graphique que  $(D_1)$  la droite  $(MN)$  et calculer les coordonnées de son point d'intersection avec  $(D_1)$ .

#### GÉOMÉTRIE

On considère un angle droit  $\widehat{xOy}$ ; soient  $Oz$  un demi-droite intérieure à cet angle et  $Ot$  la symétrique de  $Oz$  par rapport à  $Ox$ .

Par un point  $M$  de  $Oz$ , on trace deux droites : l'une, parallèle à  $Ot$ , coupe  $Ox$  en  $A$  et  $Oy$  en  $B$ ; l'autre, quelconque, coupe en  $P, Q, N$  les demi-droites  $Ox, Oy, Oz$ .

1. Démontrer que  $[OM]$  est médiane du triangle rectangle  $AOB$ .

2. En déduire, à l'aide de triangles semblables, l'égalité des rapports

$$\frac{PM}{PN} \text{ et } \frac{QM}{QN}.$$

3. On suppose maintenant  $\widehat{xOM} = 30^\circ$ ,  $OM = 4$  cm et  $(MN)$  perpendiculaire à  $Oz$ .

Prouver que le triangle  $NOQ$  est isocèle.

En déduire la valeur du rapport  $\frac{PM}{PN}$ .