

∞ Brevet des collèges Nancy-Metz juin 1974 ∞

ALGÈBRE

1. Soit f et g les fonctions numériques définies par

$$f(x) = \frac{x}{2} + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = -2x + 3.$$

Préciser le domaine de définition et le sens de variation de chaque fonction.
Les représenter graphiquement dans un repère orthonormé.

2. Calculer, pour tout x réel,

$$(f \circ g)(x) \quad \text{et} \quad (g \circ f)(x),$$

puis l'image de $\sqrt{3}$ par $f \circ g$.

3. Soit h la fonction affine par intervalles définie par

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x}{2} + 3, & \text{lorsque } x \text{ est strictement négatif, et} \\ h(x) = -2x + 3, & \text{lorsque } x \text{ est positif.} \end{cases}$$

Utiliser les résultats de la première question pour étudier la fonction h et la représenter graphiquement.

4. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

a. $h(x) = 4$,

b. $h(x) = -1$.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on place les points A, B, C et D dont les coordonnées sont

$$A(0; -5), \quad B(6; -8), \quad C(-4; -8) \quad \text{et} \quad D\left(\frac{20}{3}; 0\right).$$

1. a. Calculer les coordonnées (ou composantes) des vecteurs \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{OB} .
b. Calculer les distances $d(O, A)$, $d(O, B)$, $d(C, A)$ et $d(C, B)$.

[On peut remplacer la notation $d(O, A)$ par OA .]

2. Dédurre des résultats précédents

a. que les droites (OB) et (AC) sont orthogonales,

b. que la droite (AB) est la médiatrice du segment [OC].

3. Démontrer qu'il existe un nombre réel k tel que

$$\overrightarrow{AD} = k \overrightarrow{AC}.$$

Qu'en déduit-on pour les points A, C et D?

4. Soit $a = \text{mes}(\widehat{OAD})$.

Calculer $\tan a$.

Donner un encadrement de l'écart angulaire a à un degré près.