

🌀 Brevet Nancy juin 1984 🌀

Algèbre

On considère les applications numériques f et g , définies de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (1 - 2x)^2 - (5x - 4)(2x - 1) \\g(x) &= (2x + 1)(4x - 3) + 1 - 4x^2\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
3. Calculer $f(10^{-1})$ et $g\left(-\frac{1}{2}\right)$.
4. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = -3$.
5. Soit la fonction numérique h définie par $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
 - a. Quel est l'ensemble E des valeurs de x pour lesquelles le calcul de $h(x)$ est possible?
 - b. Simplifier $h(x)$ pour $x \in E$; on notera $h'(x)$ l'expression simplifiée.
 - c. Calculer $h'(\sqrt{2})$; on donnera le résultat sous forme de quotient dont le dénominateur est un entier naturel.

Géométrie

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points

$$A(2; 0), \quad B(0; 1), \quad C\left(\frac{3}{2}; -1\right), \quad I\left(2; \frac{5}{2}\right)$$

et on considère le cercle \mathcal{C} de centre I , de rayon IA .

1. Faire la figure (on prendra 1 cm comme unité sur chaque axe).
2. Montrer que le cercle \mathcal{C} passe par B .
3.
 - a. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BI} sont orthogonaux.
 - b. Que représente la droite (BC) pour le cercle \mathcal{C} ?
Déterminer une équation de cette droite.
 - c. Comparer BC et BI .
4. Construire le point C' symétrique de C par rapport à B , et le point I' symétrique de I par rapport à B .
Quelle est la nature du quadrilatère $(ICI'C')$?
Expliquer pourquoi.