

œ Brevet des collèges Nancy-Metz septembre 1972 œ

ALGÈBRE

1. Factoriser les expressions :

$$E(x) = y(x+2) + 3x^2 - 12$$

$$F(x) = x^2 + 4 + 4x$$

$$G(x) = 2xy + 4y - (x+2)^2.$$

2. Simplifier les fractions rationnelles suivantes :

$$P(x) = \frac{E(x)}{F(x)} \quad \text{et} \quad Q(x) = \frac{G(x)}{F(x)}.$$

Soit $P'(x)$ et $Q'(x)$ les fractions obtenues.

Calculer la valeur numérique prise par $P'(x)$ pour $x = \sqrt{2} - 1$ et $y = 11$.

En donner une valeur approchée à 0,01 près.

3. Quelle relation x et y doivent-ils vérifier pour que $P(x) = 1$?
4. Quelle relation x et y doivent-ils vérifier pour que $Q(x) = 3$?
5. Pour quelles valeurs de x et de y a-t-on simultanément $P(x) = 1$ et $Q(x) = 3$?
6. Retrouver à l'aide d'un graphique les résultats de la question précédente.

GÉOMÉTRIE

On donne un triangle (ABC) rectangle en A dans lequel $AB = 6a$ et $AC = 8a$.

1. La droite (AH) étant la hauteur relative à l'hypoténuse [BC] de ce triangle, calculer la longueur des segments [BC], [AH] et [BH] en fonction de a .
2. De H, on trace la perpendiculaire (HE) à (AB) et la perpendiculaire (HF) à (AC). Déterminer la nature du quadrilatère (AEHF).
3. Comparer les triangles (BEH) et (BAC) et en déduire l'expression de EH et de EB, en fonction de a .
4. Comparer les produits

$$\overline{AE} \times \overline{AB} \quad \text{et} \quad \overline{AF} \times \overline{AC}.$$

Peut-on en déduire une propriété du quadrilatère convexe (BEFC)?

5. La droite (FE) coupe la droite (CB) en G.
Calculer la longueur du segment [GH].