

## ∞ Brevet des collèges Nancy-Metz septembre 1974 ∞

### Algèbre

Soit  $A$  et  $B$  les fonctions polynômes définies par

$$\begin{aligned}A(x) &= (3x+2)^2 - (x-2)^2 \\B(x) &= 2x^2 - 8 - (x+2)(-2x+6).\end{aligned}$$

1. Factoriser  $A(x)$  et  $B(x)$ .
2. Résoudre les équations suivantes, dans  $\mathbb{Z}$ , puis dans  $\mathbf{R}$ :

$$A(x) = 0 \quad \text{et} \quad B(x) = 0.$$

3. On désigne par  $f$  la fonction rationnelle définie par

$$f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ , puis simplifier  $f(x)$ .

4. Calculer  $f(x)$  pour les valeurs suivantes de  $x$ :

$$x = -\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad x = \sqrt{2} + 1$$

(on rendra le dénominateur rationnel).

### Géométrie

Soit trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'un plan euclidien  $(P)$ , muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ :  
 $A$  a pour coordonnées  $(-2; -1)$ ,  $B$  a pour coordonnées  $(4; 7)$  et  $C$  a pour coordonnées  $(8; 4)$ .

1. Démontrer que le triangle  $ABC$  est rectangle.
2. Calculer les coordonnées du milieu,  $I$ , du bipoind  $(A, C)$ .
3. Calculer les coordonnées du point,  $D$ , symétrique de  $B$  par rapport à  $I$ .
4. Quelle est la nature du quadruplet  $(A, B, C, D)$ ?  
Démontrer que les quatre points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  appartiennent à un même cercle, dont on précisera le centre et le rayon.
5. Soit  $K$  le point du plan défini par  $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AI}$ .  
Démontrer que le quadruplet  $(B, K, C, I)$  est un losange.