

∞ Brevet des collèges Nancy-Metz septembre 1974 ∞

Algèbre

Soit A et B les fonctions polynômes définies par

$$\begin{aligned}A(x) &= (3x+2)^2 - (x-2)^2 \\B(x) &= 2x^2 - 8 - (x+2)(-2x+6).\end{aligned}$$

1. Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
2. Résoudre les équations suivantes, dans \mathbb{Z} , puis dans \mathbf{R} :

$$A(x) = 0 \quad \text{et} \quad B(x) = 0.$$

3. On désigne par f la fonction rationnelle définie par

$$f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition de f , puis simplifier $f(x)$.

4. Calculer $f(x)$ pour les valeurs suivantes de x :

$$x = -\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad x = \sqrt{2} + 1$$

(on rendra le dénominateur rationnel).

Géométrie

Soit trois points A , B et C d'un plan euclidien (P) , muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) :
 A a pour coordonnées $(-2; -1)$, B a pour coordonnées $(4; 7)$ et C a pour coordonnées $(8; 4)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Calculer les coordonnées du milieu, I , du bipoint (A, C) .
3. Calculer les coordonnées du point, D , symétrique de B par rapport à I .
4. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?
Démontrer que les quatre points A , B , C et D appartiennent à un même cercle, dont on précisera le centre et le rayon.
5. Soit K le point du plan défini par $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AI}$.
Démontrer que le quadruplet (B, K, C, I) est un losange.