

🎀 Brevet Nancy septembre 1977 🎀

Algèbre

On considère les fonctions polynômes f et g , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (3-2x)(3x+5) - (9-6x)(2x-1) \\g(x) &= 9-4x^2\end{aligned}$$

1. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Calculer $f(0)$, $f(\sqrt{2})$, $g(2+\sqrt{3})$.
Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, déterminer un encadrement de $g(2+\sqrt{3})$ à 10^{-1} près.
3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :
 - a. $f(x) = 0$,
 - b. $g(x) = 0$,
 - c. $f(x) = g(x)$.
4. Soit h la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. quel est son ensemble de définition? Simplifier $h(x)$.
- b. résoudre dans \mathbb{R} l'équation $h(x) = 1$.
Comment retrouver graphiquement le résultat?

Géométrie

Le plan euclidien étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , d'axe $x'Ox$ et $y'Oy$, on considère les points $A(6; 3)$, $B(-1; 2)$.

1. On désigne par \mathcal{C} le cercle dont le segment $[AB]$ est un diamètre et par M le centre de ce cercle.
Établir que l'origine O du repère est un point du cercle \mathcal{C} .
2. Le cercle \mathcal{C} recoupe l'axe $x'Ox$ en D et recoupe l'axe $y'Oy$ en E .
Démontrer que les points D, M, E sont alignés.
3. Déterminer les coordonnées des points D et E .
En déduire la nature du triangle (O, D, E) .
4. Soit F l'image de D dans la symétrie orthogonale d'axe $y'Oy$.
Établir sans calcul que la droite (FE) est la tangente en E au cercle \mathcal{C} .