

∞ Brevet Nancy-Metz septembre 1978 ∞

Algèbre

On considère les trois fonctions polynômes f, g, h , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x-3)(x+4) + (4x-6)(1-2x) - (2x-3)(x-3) \\g(x) &= (3x+1)^2 - (x+4)^2 \\h(x) &= 12x-9-4x^2.\end{aligned}$$

1. Mettre $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $-8x^2 + 30x = 27$.
3. Calculer $h(\sqrt{2})$, $h(1-\sqrt{2})$, $g\left(\frac{3}{2}\right)$, $g(0, 1)$.
Sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$, encadrer $h(1-\sqrt{2})$.
4. Dans un repère cartésien quelconque, construire les deux droites d'équation :

$$y = 4x + 9 \quad \text{et} \quad y = 4x + 5$$

Déterminer les coordonnées de leur point commun.

5. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$f(x) = g(x).$$

Géométrie

Dans un plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points

$$A(-2; -1), \quad B(2; 2), \quad C(1; -5).$$

1. Étudier la nature du triangle (A, B, C).
2. Soit M le milieu de (A, C). Calculer les coordonnées de M.
3. Soient S la symétrie de centre M et $D = S(B)$.
Déterminer la distance DC.
4. Soient t la translation de vecteur \overrightarrow{AC} et $E = t(B)$.
 - a. Déterminer les coordonnées de E ..
 - b. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, E, C) ?
 - c. Étudier la disposition relative des trois points D, C, E.
5. On pose $\alpha = \text{mes}(\widehat{ABM})$.
Déterminer $\tan \alpha$ puis en déduire α au degré près.