Brevet Nancy-Metz septembre 1979

ALGÈBRE

Exercice 1

On considère les nombres rationnels suivants :

$$r = -\frac{231}{99}\,; \quad s = \frac{245}{105}\,; \quad t = -\frac{78}{182}.$$

1. Écrire ces nombres sous leur forme irréductible.
2. Calculer

$$a = r + s\,; \quad b = r \times s\,; \quad c = r + t\,; \quad d = r \times t.$$

   Que peut-on en conclure pour r et s, pour r et t ?
3. Ranger les nombres a, b, c et d dans l'ordre décroissant.

Exercice 2

On considère les applications f et g définies par

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & y = 3x - 2 \end{array} \qquad g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & y = 2x - 5. \end{array}$$

1. Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$.
2. Résoudre, dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système d'équations du premier degré à deux inconnues.

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 3x - y & = & 2 \\ 2x - y & = & 5 \end{array} \right.$$

3. Vérifier graphiquement le résultat précédent.

GÉOMÉTRIE

1. Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère la droite (Δ_1) d'équation $3x - 2y = 0$ et le point A de (Δ_1), d'abscisse 2.
   - **a.** Déterminer les coordonnées du point A.
   - **b.** Soit B l'image de A par la symétrie de centre O.
     Déterminer les coordonnées du point B et démontrer que B est un point de (Δ_1).
   - **c.** Déterminer l'équation de la médiatrice (Δ_2) du segment [AB].
2. Soit C le point de coordonnées $(3\,;\,-2)$.
   - **a.** Vérifier que C est un point de (Δ_2).
   - **b.** Démontrer que (A, B, C) est un triangle rectangle isocèle.
3. Soit (Δ) la droite passant par O et de vecteur directeur $\vec{\jmath}$ et soit s la symétrie orthogonale par rapport à (Δ). On pose

$$s(\text{A}) = \text{A}', \quad s(\text{B}) = \text{B}', \quad s(\text{C}) = \text{C}'.$$

a. Démontrer que (A', B', C') est un triangle rectangle isocèle et que (O, B, B') est un triangle isocèle.

b. Soit H le point d'intersection des droites (Δ) et (BB').

Déterminer les coordonnées de H.

Que représente la droite (OH) pour le triangle (O, B, B') ?