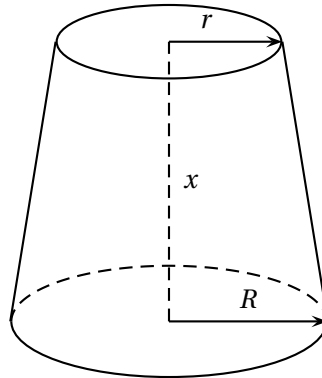


Brevet Nancy-Metz septembre 1986

Activités numériques

La figure schématisée ci-dessous s'appelle un tronç de cône; son volume V est donné par la formule

$$V = \frac{\pi (R^2 + r^2 + Rr)}{3}.$$



Dans tout l'exercice x , R , r seront exprimés en centimètres, V en centimètres cube (cm^3).

1. Calculer V pour $x = 60$; $R = 20$; $r = 10$ (prendre $\pi \approx 3,14$).
2. On décide de prendre 3 comme valeur approchée du nombre π ; ainsi le volume V après simplification devient $V' = x(R^2 + r^2 + Rr)$.
On utilisera cette formule dans toute la suite de l'exercice.
Calculer V' pour $x = \frac{6}{5}$; $R = \frac{7}{2}$; $r = \frac{5}{3}$.
Donner la valeur de V' sous forme de fraction irréductible.
3. Sachant que $R = 35$; $r = 25$; $V' = 190750$, écrire l'équation qui permet de déterminer x , puis calculer x .
4. Calculer la valeur exacte de V' pour $x = 6$; $R = 8\sqrt{2} + 3$; $r = 8\sqrt{2} - 3$.

Activités géométriques

On trace un triangle ABC rectangle en B et tel que $BC = 2AB$. On pose $AB = a$.
Soit E le point défini par $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ et D le point défini par $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BC}$.

1. Que peut-on dire de la figure $BCDE$?
2. Soit F le point d'intersection des droites (AD) et (BC) .
On trace par F la parallèle à (CD) qui coupe (AC) en G et par G la parallèle à (BC) qui coupe (AB) en H .
Évaluer les quotients $\frac{\overline{AF}}{\overline{AD}}$, $\frac{\overline{AG}}{\overline{AC}}$, $\frac{\overline{BF}}{\overline{BC}}$ et $\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$.
En déduire, en fonction de a , les longueurs BF et HB .
Démontrer que $BFGH$ est un carré.

Problème

La consommation journalière y d'une chaudière au gaz est donnée en fonction de la température extérieure x .

y est exprimée en m^3 , x en degrés Celsius.

La consommation est donnée ainsi :

$$\begin{aligned}x < 5 & , \quad y = -0,15x + 2,25 \\5 \leq x \leq 12 & , \quad y = 1,5 \\x > 12 & , \quad y = -0,25x + 4,5.\end{aligned}$$

1.
 - a. Quelle est la consommation journalière lorsque la température est de -15°C ?
 - b. Que dire de la température lorsque la consommation est de $1,5 \text{ m}^3$?
 - c. Pour quelle valeur de la température la consommation est-elle nulle?
Au-dessus de cette température, que devient la consommation y ?
2. On considère la fonction affine par intervalles f qui, à tout x réel inférieur ou égal à 18, associe $f(x) = y$.
Tracer la représentation graphique de f dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .
On prendra 0,5 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 2 cm pour unité sur l'axe des ordonnées.
3. Utiliser la représentation graphique de f pour déterminer
 - a. l'ordonnée du point d'abscisse -15 ;
 - b. l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 1,5$;
 - c. l'abscisse du point d'ordonnée nulle.
 - d. À partir de quelle température, la consommation journalière est-elle strictement supérieure à 3 m^3 ?