

## 🌀 Brevet Nantes juin 1978 🌀

### Algèbre

Soit  $f$  l'application polynôme qui, à tout réel  $x$ , fait correspondre le réel  $f(x)$  :

$$f(x) = (3x - 5)(5x - 4) + (5 - 3x)(x + 2).$$

Soit  $g$  l'application polynôme qui, à tout réel  $x$ , fait correspondre le réel  $g(x)$  :

$$g(x) = 9x^2 - 30x + 25.$$

1. Factoriser  $f(x)$  et  $g(x)$ .
2. Développer, réduire et ordonner  $f(x)$ .
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.
  - a.  $f(x) = 0$ .
  - b.  $f(x) = g(x)$ .
4. Soit  $h$  la fonction rationnelle qui, au réel  $x$ , associe  $h(x)$  :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Quel est l'ensemble de définition  $E$  de  $h$ ?
- b. Si  $x$  appartient à  $E$ , démontrer que  $h(x)$  peut être mis sous la forme

$$h(x) = \frac{2(2x - 3)}{3x - 5}.$$

- c. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :
  - i.  $h(x) = 1$ .
  - ii.  $h(x) = \frac{4}{3}$ .
  - iii.  $h(x) = 0$ .
  - iv. Déterminer les images par  $h$  des réels  $-\frac{1}{2}$  et  $\sqrt{3} - 1$ .

### Géométrie

Soit un triangle (A, B, C) rectangle en A; H est le projeté orthogonal de A sur (BC).

1. On donne  $AC = 3$  et  $AB = 6$ ; calculer BC, HB, HC et AH.
2. Soit E l'image de A dans la symétrie de centre H.
  - a. Que représente la droite (BC) pour le segment [AE]?
  - b. Quelle est la nature du triangle (B, E, C)?

3. On trace le cercle  $(\Gamma)$  circonscrit au triangle  $(A, B, C)$  : préciser la position de son centre et son rayon.

E appartient-il à ce cercle ?

4. Soit  $x$  l'écart angulaire de l'angle géométrique  $\widehat{ACB}$ .

Calculer  $\sin x$  et  $\tan x$ .

En déduire un encadrement à un degré près de  $x$  à l'aide des tables trigonométriques ci-dessous :

$a$	$\tan a$
$62^\circ$	1,881
$63^\circ$	1,963
$64^\circ$	2,050
$65^\circ$	2,145

5. Soit  $(\Delta)$  la parallèle à  $(AE)$  passant par  $C$ .

a. Démontrer que  $(\Delta)$  est tangente au cercle  $(\Gamma)$ .

b. Si l'on appelle  $F$  l'intersection des droites  $(\Delta)$  et  $(BE)$ , calculer  $EF$ .