

œ Brevet Nantes juin 1979 œ

Algèbre

On considère les fonctions polynômes f et g définies, dans \mathbb{R} par

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x+5)(x+3) + (3x-1)(2x+5) - (2x+5)^2, \\g(x) &= 9x^2 - 6x + 1 - (x+2)^2.\end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de polynômes réduits et ordonnés suivant les puissances décroissantes de x .
2.
 - a. Factoriser le polynôme $9x^2 - 6x + 1$.
 - b. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de polynômes du premier degré en x .
3. On considère la fonction rationnelle q définie par

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition, \mathcal{D} , de cette fonction rationnelle.
- b. Montrer que, pour tout élément x de \mathcal{D} , on peut écrire

$$q(x) = \frac{2x+5}{4x+1}.$$

- c. Calculer $q\left(-\frac{5}{2}\right)$ et $q(\sqrt{2})$.

On indiquera la valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de $q(\sqrt{2})$: on donne $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

4. Représenter, graphiquement, en utilisant un même repère orthonormé les fonctions h_1 , et h_2 définies par

$$\begin{aligned}h_1(x) &= 2x+5, \\h_2(x) &= 4x+1.\end{aligned}$$

Utiliser le graphique pour résoudre l'équation

$$q(x) = 1.$$

Géométrie

Dans un plan euclidien, on considère un cercle \mathcal{C} de centre O et un triangle (A, B, C) , équilatéral, inscrit dans ce cercle.

On désigne par M le milieu de (A, C) , par D le symétrique de B dans la symétrie centrale de centre M , par E le symétrique de D dans la symétrie centrale de centre C .

1. Démontrer que le quadruplet (B, A, D, C) est un losange.

2.
 - a. Que représente la droite (AD) pour le segment [BC] ?
 - b. Démontrer que la droite (AD) est tangente en A au cercle \mathcal{C} .
3.
 - a. Comparer $d(C, A)$, $d(C, D)$ et $d(C, E)$.
En déduire la nature du triangle (A, D, E).
 - b. Calculer $d(A, E)$ sachant que $d(A, B) = a$.
4. Soit S la symétrie orthogonale d'axe (BD).
Déterminer l'image de la droite (AD) puis celle de la droite (AD) par S .
En déduire que la droite (DE) est tangente en C au cercle \mathcal{C} .
5. Calculer le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{AED} .
Quelle est la valeur de cet écart angulaire ?