

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞

Nantes juin 1969

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

Soit un triangle ABC; les mesures de ses côtés sont $AB = 3$, $AC = 1$, $BC = 2$.

(On pourra dessiner la figure en choisissant le centimètre pour unité de longueur.)

La demi-droite ayant A pour origine et passant par B est orientée de A vers B.

Sur cette demi-droite, on marque un point M défini par $\overline{AM} = x$; on remarquera qu'il existe deux cas de figure :

a. M est entre A et B ($0 < x < 3$);

b. M est au-delà de B sur la demi-droite ($3 < x$).

Par M on trace la parallèle à la droite (BC) : elle coupe en P la demi-droite qui est issue de A et qui passe par C.

1. Calculer MP et AP en fonction de x .
2. Calculer, en fonction de x , le périmètre, y , du trapèze BCPM.
[y devra être étudié dans chacun des cas **a.** et **b.**]
3. Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement les variations de y en fonction de x ; on précisera soigneusement les intervalles où x varie.
4. On désire que y soit égal à $\frac{13}{2}$; combien de valeurs de x satisfont cette condition?
La réponse serait-elle la même si l'on désirait que y soit égal à 2, ou bien à 10?
Calculer les valeurs de x satisfaisant ces conditions.

GÉOMÉTRIE

Sur une droite (D), on marque trois points, O, A et B, dans cet ordre : $OA = a$; $OB = 3a$.

On trace le cercle (C) dont le centre est O et dont le rayon est $a\sqrt{3}$.

On appelle P l'un des deux points de ce cercle situés sur le diamètre perpendiculaire à (D).

1. Calculer PA et PB.
2. Comparer les rapports $\frac{AO}{AB}$ et $\frac{PO}{PB}$.
Quelle conclusion peut-on en déduire?
3. Calculer l'un des rapports trigonométriques de chacun des angles \widehat{OPA} et \widehat{OPB} .
Quelles sont les mesures de ces angles?
Peut-on comparer le résultat obtenu et ce qui a été démontré à la question précédente?
4. On marque sur (C) un point M différent de P et non situé sur (D).
Démontrer que les triangles OMA et OMB sont semblables.
Le rapport $\frac{MA}{MB}$ est-il variable quand M décrit (C)?
5. Démontrer que le cercle circonscrit au triangle MAB est tangent en M à la droite OM.