

œ Brevet des collèges Nantes juin 1970 œ

ALGÈBRE

Dans les quatre questions de ce problème; on cherchera à déterminer deux nombres, x et y , dont on connaît la somme et la différence.

1. Résoudre le système

$$(I) \quad \begin{cases} x + y = 47, \\ x - y = 13. \end{cases}$$

2. Après s'être ramené à des formes analogues aux précédentes, résoudre les systèmes

$$(II) \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 825, \\ x + y = 75 \end{cases}$$

$$(III) \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 448, \\ xy = 14. \end{cases}$$

3. Démontrer l'égalité suivante, valable pour toutes les valeurs de x et de y :

$$(E) \quad (x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$$

On donne le système

$$(IV) \quad \begin{cases} x + y = 41, \\ xy = 408 \end{cases}$$

4. Calculer $(x - y)^2$ au moyen de l'égalité (E).

Calculer $x - y$ et résoudre le système.

5. On donne le système

$$(V) \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 317, \\ xy = 154. \end{cases}$$

Calculer $(x + y)^2$ et $(x - y)^2$.

Résoudre le système.

Dans un repère orthonormé, on marque les points qui ont pour coordonnées les valeurs trouvées pour x et pour y .

Quelle disposition remarquable ces différents points ont-ils?

GÉOMÉTRIE

Soit (C) un cercle de diamètre [AB]; son centre est; la mesure de son rayon est a .

Sur la tangente en B au cercle, on marque un point I tel que BI soit égale à a .

La droite déterminée par les points A et I coupe la médiatrice de [AB] en J et recoupe le cercle (C) en D.

1. Comparer les triangles AOJ et ABI.
Évaluer OJ, AJ et JI en fonction de a .
2. Démontrer que le quadrilatère BDJO est inscritible dans un cercle (C'); préciser la position du centre O' de ce cercle; évaluer, en fonction de a , le rayon de ce cercle.
3. On désigne par p la puissance de I pour le cercle (C), et par p' la puissance de I pour le cercle (C').
Démontrer que $p = 2p'$; évaluer p en fonction de a et déterminer p' .
4. Le cercle (C') recoupe en un point E la droite déterminée par B et I.
Démontrer que E est le milieu de [BI].