Brevet Élémentaire du Premier Cycle Nantes

juin 1971

MATHÉMATIQUES TRADITIONNELLES

ALGÈBRE

On utilise dans le plan un repère orthonormé : les axes $(x'\text{O}x)$ et $(y'\text{O}y)$ sont perpendiculaires et l'on adopte la même unité de longueur sur chacun d'eux.

1. **a.** On donne la relation

$$3x + 4y - 18 = 0$$

entre les coordonnées d'un point du plan : mettre cette relation sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont des constantes.

Tracer la droite (D) déterminée ainsi; cette droite coupe les axes du repère en deux points A (sur l'axe des abscisses et B (sur l'axe des ordonnées) : indiquer les coordonnée ces points.

b. Traiter les mêmes questions avec la relation $4x - 3y + 26 = 0$: la droite obtenue est appelée (D′) ; A′ et B′ sont les points de cette droite situés respectivement sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.

c. Quelle est la position relative des droites (D) et (D′) ?

Quelles sont les coordonnées du point C commun à (D) et à (D′) ?

2. **a.** Un point M est placé sur (D) : son abscisse est x.

Calculer la longueur MC en fonction de x : on trouvera

$$\text{MC} = \frac{5}{4}|x + 2|.$$

b. Calculer en fonction de x la somme des *distances* de M aux trois droites qui portent les côtés du triangle (0,A′B′) ; on appellera z cette somme et l'on montrera que z est une fonction affine de x dans chacun des quatre cas suivants :

$$x \leqslant -2 \quad ; \quad -2 \leqslant x \leqslant 0 \quad ; \quad 0 \leqslant x \leqslant 6; 6 \leqslant x$$

3. **a.** Étudier les variations de z en fonction de x et construire, dans un second repère orthonormé, la courbe représentative de ces variations.

Quel est le minimum de z ? Quelle position de M correspond à ce minimum ?

b. Où faut-il placer M pour que z soit égal à 8 ?

GÉOMÉTRIE

On donne un triangle (A, B, C) non rectangle, et son cercle circonscrit (U).
L'orthocentre est H; les pieds des hauteurs issues de A, de B et de C sont respectivement A′, B′ et C′.
La hauteur [AA′] recoupe (U) en M.
On fera deux figures différentes : dans l'une, A′ sera à l'extérieur du segment [BC] et l'on indiquera la condition pour qu'il en soit ainsi; dans l'autre, A′ sera situé sur le segment [BC].

1. **a.** Démontrer $\overline{A'M} \cdot \overline{A'A} = \overline{A'B} \cdot \overline{A'C}$.

   b. Comparer les triangles (A, A′, C) et (B, A′, H). Démontrer $\overline{A'H} \cdot \overline{A'A} = -\overline{A'B} \cdot \overline{A'C}$.

   c. Comparer $\overline{A'H}$ et $\overline{A'M}$; comparer les positions de M et de H sur la droite (AA′).

2. **a.** Démontrer que le quadrilatère (B, C, B′, C′) est inscriptible.
   Démontrer $\overline{AB} \cdot \overline{AC'} = \overline{AB'} \cdot \overline{AC}$.
   Démontrer que les triangles (A, B′, C′) et (A, B, C) sont semblables.

   b. On donne AB = 10, BC = 16, $\widehat{ABC} = 60°$.
   Calculer successivement

$$AA', BA', CA', AC, BC', AC', AB', B'C'.$$

N. B. - Les deux questions sont indépendantes.