

🌀 Brevet des collèges Nantes juin 1973 🌀

Algèbre

On considère deux polynômes, f et g , définis par les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} f(x) &= 4(2x-1)^2 - (x+3)^2 \text{ et} \\ g(x) &= 9x^2 - 25. \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un polynôme réduit, ordonné suivant les puissances décroissantes de x .
3. Résoudre les trois équations distinctes suivantes :
 - a. $f(x) = 0$;
 - b. $g(x) = 0$;
 - c. $f(x) = g(x)$.
4. Soit h la fonction rationnelle qui à x associe

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Quel est l'ensemble de définition de h ?

Simplifier l'écriture de $h(x)$.

Calculer $h(\sqrt{3})$ et dire comment on peut donner un encadrement du résultat au moyen de deux nombres décimaux en utilisant les égalités suivantes :

$$1905^2 = 3\,629\,025 \quad \text{et} \quad 1906^2 = 3\,632\,836.$$

Géométrie

Soit (A, B, C) un triangle rectangle en B; de plus il est isocèle et l'on connaît

$$BA = BC = a,$$

a est un réel positif donné.

Sur la demi-droite d'origine A contenant B, on marque le point D défini par $AD = 3a$.

1. Calculer AC en fonction de a .
2. On projette B en E sur (AC), *suivant la direction de* (DC).
En utilisant l'énoncé de Thalès, calculer AE, en fonction de a .
3. Soit I le milieu de [BD] et J le milieu de [AC].
Démontrer que (BJ) et (IC) appartiennent à la même direction.
4. Calculer CD.
Calculer le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{CDB} .
En déduire la distance de I à (OC).