

❧ Brevet des collèges Nantes juin 1975 ❧

Algèbre

Si x désigne un nombre réel, on pose

$$f(x) = 1 - x \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{7(1-x)} \quad ; \quad h(x) = 1 - g(x).$$

1. Déterminer le domaine de définition (commun) de g et de h .
Écrire $h(x)$ sous la forme du quotient de deux binômes du premier degré.
2. On choisit $m = \frac{1}{7}(2 + \sqrt{3})$; calculer $f(m)$; $g(m)$ et $h(m)$.
3. Résoudre les trois équations suivantes :
 - a. $g(x) = \frac{1}{56}$;
 - b. $g(x) = h(x)$;
 - c. $h(x) = 1$.
4. a. Représenter graphiquement l'application f de \mathbf{R} dans \mathbf{R} :

$$x \longmapsto f(x) = 1 - x.$$

- b. Représenter graphiquement sur le même dessin l'application u de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par les conditions

$$\begin{aligned} u(x) &= 2 && \text{pour } x \leq -1 \\ u(x) &= f(x) && \text{pour } -1 \leq x \leq 1 \\ u(x) &= -f(x) && \text{pour } 1 \leq x. \end{aligned}$$

- c. Utiliser ces représentations pour résoudre successivement les deux inéquations :

$$(1) \quad u(x) > f(x)$$

$$(2) \quad u(x) \geq f(x)$$

Géométrie

Dans le plan euclidien, on trace deux droites perpendiculaires Δ et Δ' qui se coupent en O. Sur Δ on marque le point A et sur Δ' on marque le point B avec $OA = OB = 4$.

1. Calculer la distance AB.
2. Si I désigne le milieu de [AB] comparer les directions des droites (OI) et (AB) et calculer la distance OI.

3. Soit γ le cercle dont le centre est I et qui passe par O ; soit γ' le cercle dont le centre est O et qui passe par I.
Ces deux cercles se coupent en J et K : on marque J de telle façon que A et J sont dans le même demi-plan de frontière (OI).
Quelle est la nature du quadrilatère (I, J, O, K) ?
Quelle est la nature des triangles (I, J, O) et (I, K, O) ?
Quels sont les écarts angulaires des angles géométriques \widehat{JOI} et \widehat{JOK} ?
Quels sont leurs sinus et leurs cosinus ?
Calculer la distance JK.
4. Démontrer que (AJ), (BK) et (OI) sont concourantes.
5. Soit L le point commun à Δ et (BK) ; soit M le point commun à v et (AJ) .
Démontrer que (LM) et (AB) sont parallèles.