Brevet Nantes juin 1976

Algèbre

On donne les fonctions polynômes f et g définies sur $\mathbb{R}$ par

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-5)^2-(3-x)^2,\\ g(x) &= x^2-4x+4+(x-2)(x+3). \end{aligned}$$

1. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de polynôme ordonnés.

2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

  a. $g(x)=0$;

  b. $g(x)=-2$;

  c. $f(x)=g(x)$.

4. **a.** h est la fonction rationnelle qui, au réel x associe le réel

$$h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}.$$

  Indiquer l'ensemble de définition de la fonction h et donner une écriture simplifiée de $h(x)$ sur cet ensemble.

  b. k est la fonction rationnelle qui, au réel x, associe le réel

$$k(x)=\frac{3x-8}{2x+1}.$$

  Les fonctions h et k sont-elles égales ?

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes ;

  a. $h(x)=-\dfrac{2}{5}$;

  b. $k(x)=-\dfrac{2}{5}$.

Géométrie

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Les points A, B et E sont définis par

$$\overrightarrow{\text{OA}}=32\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OB}}=24\vec{\imath}, \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{OC}}=-18\vec{\jmath}.$$

La droite (OA) est appelée (D) et la droite (OB) est appelée (D').

1. Dessiner avec soin une figure comportant ces différents éléments : on complètera cette figure au fur et à mesure de l'avancement du problème.

Démontrer que (AB) et (EB) sont perpendiculaires.

Calculer les longueurs AB et EB.

2. Comparer les sinus des écarts angulaires de $\widehat{\text{OAB}}$ et $\widehat{\text{OBE}}$.

Calculer les cosinus et les tangentes de ces mêmes écarts angulaires.

3. Soit M le milieu de (A, B) ; la médiatrice de [AB] coupe (D) en P ; quel est le rôle de P pour (A, E) ?

Écrire $\overrightarrow{\text{OP}}$ sous forme $k\overrightarrow{J}$, où k est un réel.

Quel est Je centre du cercle ($\mathscr{C}$) circonscrit à (A, B, E) ?

Quelle est la mesure du rayon de ce cercle ?

4. Soit F le point diamétralement opposé à B sur le cercle ($\mathscr{C}$).

En utilisant par exemple la symétrie centrale S de centre P. dire quelle est la nature du quadrilatère (A, B, E, F).

Quels sont les transformés de A, de B, de E, de F, du cercle ($\mathscr{C}$) dans la symétrie orthogonale S' par rapport à la droite (PM) ?

Démontrer que (A, B, E), (B, A, F), (E, F, A) et (F, E, B) sont isométriques.